

Institut za fiziku, Beograd
Laboratorija za primenu računara u nauci

Osnovne konfiguracije kvantnih Hall-ovih stanja

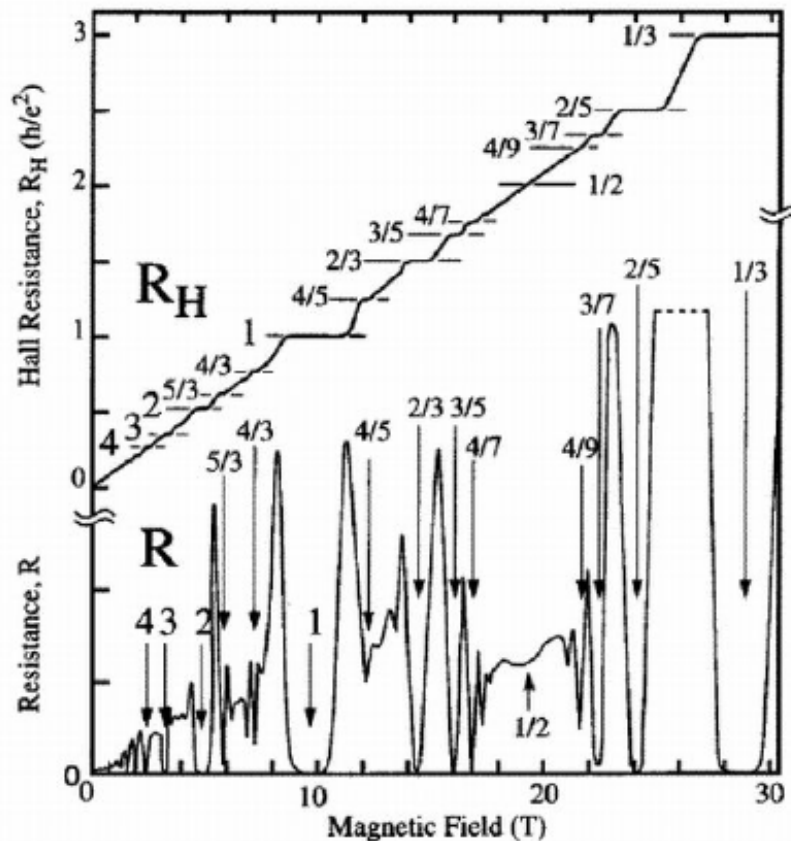
Ivana Vidanović

17. Februar, 2009

Pregled

- Osnovne konfiguracije – novost u fizici Hall-ovog efekta
- Primena nove tehnike na modelne talasne funkcije razvijane od eksperimentalne detekcije fenomena
- Uočavanje ranije neprimećenih relacija između različitih konstrukcija

Eksperimentalna manifestacija fenomena:



- 2d elektronski gas u jakom magnetnom polju
- kvantna priroda pojave

$$R_H = \frac{h}{\nu e^2}$$

- celobrojni i frakcioni efekat

*Tsui, Störmer & Gossard,
PRL 48, 1599 (1982)*

Neinteragujući model [1]

- Landau-ov problem -
čestica u spoljašnjem magnetnom polju:

$$\hat{H} = \frac{1}{2M} \left(-i\hbar\vec{\nabla} + e\vec{A} \right)^2, \quad \vec{A} = \frac{1}{2}\vec{r} \times \vec{B}$$

$$E_n = \hbar\omega_c \left(n + \frac{1}{2} \right), \quad \omega_c = \frac{eB}{M}$$

- Za veoma jaka spoljašnja polja, sve se odvija u najnižem Landau nivou

Neinteragujući model [2]

- Makroskopska degeneracija osnovnog nivoa:

$$\psi_n(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi n! 2^n}} z^n \exp(-z^2/4)$$

$$n = 0, \dots, N_\phi - 1 \quad N_\phi = \frac{BL^2}{hc/e} \quad \nu = \frac{N_e}{N_\phi}$$

- Višečestično stanje – celobrojni efekat

$$\psi(z_1, z_2, \dots, z_{N_e}) = \begin{vmatrix} z_1^0 & \dots & z_1^{N_e-1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ z_{N_e}^0 & \dots & z_{N_e}^{N_e-1} \end{vmatrix} = \prod_{i < j} (z_i - z_j), \quad \nu = 1$$

Vandermond
determinanta

Frakcioni Hall-ov efekat

Nenteragujući elektroni :

$$\psi(z_1, z_2, \dots, z_{N_e}) = \prod_{i < j} (z_i - z_j), \quad \nu = 1$$

Interagujući elektroni – *Laughlin PRL 50 1395 (1983)*:

$$\psi(z_1, z_2, \dots, z_{N_e}) = \prod_{i < j} (z_i - z_j)^m, \quad \nu = \frac{1}{m}$$

Osobine:

- Za neparno m zadovoljena je fermionska statistika
- Homogeni, translaciono invarijantni polinom
- Nenulta projekcija samo na najniži Landau nivo
- Veliko preklapanje sa egzaktnom talasnom funkcijom
- Nekompresibilno stanje – daje plato u eksperimentu

Laughlin-ova modelna funkcija

- Analitički računi za veliki broj čestica, i pored naizgled jednostavne forme talasne funkcije, su veoma zahtevni
- Reprezentacija u bazisu brojeva potpunosti

Primer:

$$m = 3 \quad N_e = 4$$

Konfiguracija $\{a, b, c, d\}$

$$\begin{array}{c} \updownarrow \\ \left| \begin{array}{cccc} z_1^a & z_1^b & z_1^c & z_1^d \\ z_2^a & z_2^b & z_2^c & z_2^d \\ z_3^a & z_3^b & z_3^c & z_3^d \\ z_4^a & z_4^b & z_4^c & z_4^d \end{array} \right| \end{array}$$

1	{0,3,6,9}	{1001001001}
-3	{0,3,7,8}	{1001000110}
-3	{0,4,5,9}	{1000110001}
6	{0,4,6,8}	{1000101010}
-15	{0,5,6,7}	{1000011100}
-3	{1,2,6,9}	{0110001001}
9	{1,2,7,8}	{0110000110}
6	{1,3,5,9}	{0101010001}
-12	{1,3,6,8}	{0101001010}
-9	{1,4,5,8}	{0100110010}
27	{1,4,6,7}	{0100101100}
-15	{2,3,4,9}	{0011100001}
27	{2,3,5,8}	{0011010010}
-6	{2,3,6,7}	{0011001100}
-45	{2,4,5,7}	{0010110100}
105	{3,4,5,6}	{0001111000}

“Fractional Quantum Hall states and Jack polynomials”

- Identifikacija modelnih bozonskih talasnih funkcija i simetričnih “Jack” polinoma - Bernevig&Haldane, *PRL 100 246802, 2008*
- Koncept osnovne (“root”) konfiguracije
- “squeezing rule” – dvočestična operacija

$$m_1 \rightarrow m'_1, \quad m_2 \rightarrow m'_2$$

$$m_1 < m'_1 \leq m'_2 < m_2 \quad m_1 + m_2 = m'_1 + m'_2$$

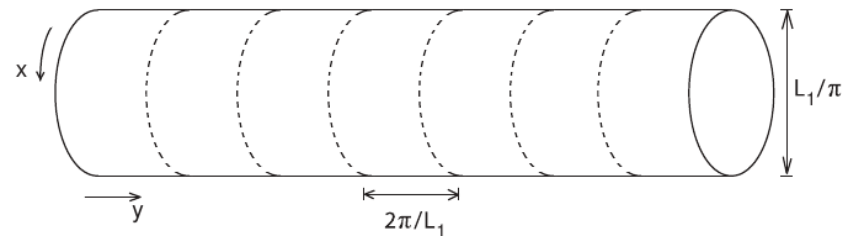
Osnovna konfiguracija Laughlin-ovog stanja

$$(10^{m-1} 10^{m-1} \dots)$$

$m = 3$ (1001001001...) - geometrije diska i sfere.

- Fizička realizacija “root” konfiguracije – geometrija tankog torusa. Efektivno 1d sistem.

Bergholtz&Karlhede:
cond-mat/061181v2



Značaj uočene strukture:

- Karakterizacija modelnih stanja osnovnom konfiguracijom
- Razumevanje algebarskih osobina osnovnog stanja omogućava i identifikaciju ekscitacija: kvazi-šupljina i kvazi-čestica – suštinski važno za utvrđivanje kompresibilnosti stanja

Abelijanska kvazi-šupljina $(10^{m-1} 1 \dots 0^{m-1} 10^m 10^{m-1} \dots)$

- Poznavanje osnovne konfiguracije značajno olakšava generisanje talasne funkcije za veći broj čestica

Pfaffian-ska talasna funkcija

- Faktor popunjenosti $\nu = \frac{1}{2}$

$$\psi_{Pf}(z_1, z_2, \dots, z_{Ne}) = Pf \left(\frac{1}{z_i - z_j} \right) \prod_{i < j} (z_i - z_j)^2$$

$$Pf M_{ij} = \frac{1}{2^{N/2} (N/2)!} \sum_{\sigma \in S_N} \text{sgn} \sigma \prod_{k=1}^{N/2} M_{\sigma(2k-1)\sigma(2k)}$$

*Moore & Read,
Nucl. Phys. B* **360**,
362 (1991)

- Konstruisana polazeći iz konformne teorije polja - Majorana korelator je BCS funkcija sparivanja
- Manifestaciju pozadinske konformne teorije polja imamao na granici kvantnog Hall-ovog stanja – 1+1 dimenzionalna teorija, direktno povezana sa transportnim pojavama

Osnovna konfiguracija pfaffian-a

$(2020202 \dots 2)$

- Ekscitacije:

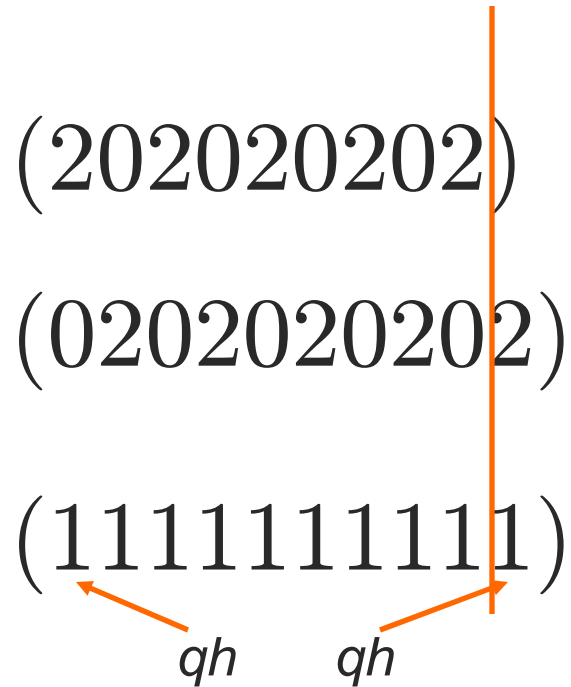
(202020202)

Abelijanska kvazi-šupljina

(0202020202)

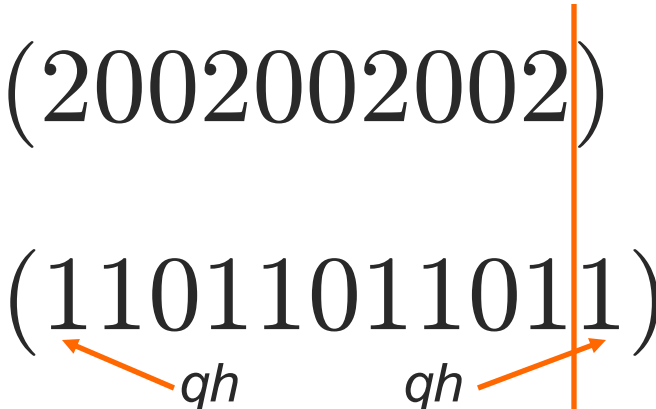
*Par neabelijanskih kvazi-šupljina
koje su ekscitacije
polovine kvanta fluksa*

(1111111111)



Gaffnian

- Uniformno stanje na sferi, bozonsko $\nu = \frac{2}{3}$
- Osnovna konfiguracija

- Ekscitacija


*dodatni kvant fluksa
rasporedjen je na
granicama
konfiguracije i sistema*

- Konformna teorija polja koja opisuje ovo stanje je neunitarna
- Diskusija u toku – odnos unitarnosti i nekompresibilnosti, (Read) vs. (Haldane)

Jain-ova stanja

J. K. Jain,
PRL **63**, 199 (1989)

- Bozonsko stanje $\nu = 2/3$, fermionsko stanje $\nu = 2/5$
- Opšte prihvaćeno objašnjenje za izrazite plateau dobijene u eksperimentu
- Osnovna konfiguracija

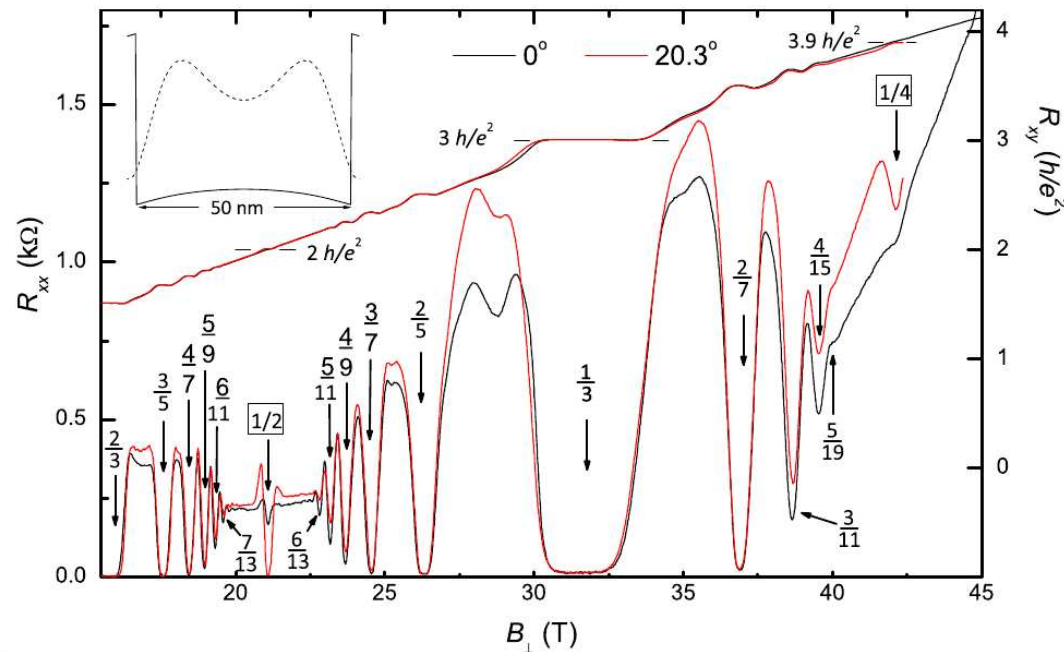
$$\begin{array}{c} (201|0110110110|102) \\ \quad \quad \quad \swarrow \quad \searrow \\ (200|2002002002|002) \end{array}$$

- Jain dobijamo graničnim neutralnim ekscitacijama na Gaffnian-u
- Mehanizam je prepoznat na nivou konformalne teorije polja – ***uvodjenjem graničnih ekscitacija stanje opisano neunitarnom teorijom prevodimo u nekompresibilno stanje***

*Milovanovic, Jolicoeur & Vidanovic,
condmat/0902.1719v1*

Multikomponentni sistemi

■ Fizika dvosloja



$$\nu = \frac{1}{2}$$

1. Haldane-Rezayi stanje – neunitarna CFT – kompresibilno stanje
2. 331 Halperin stanje – unitarna CFT – nekompresibilno stanje

Haldane – Rezayi talasna funkcija

$$\psi_{HR}(u, v) = \prod_{i < j} (u_i - u_j)^2 \prod_{i < j} (v_i - v_j)^2 \prod_{i < j} (u_i - v_j)^2 \times \det M$$

$$M_{ij} = \frac{1}{(u_i - v_j)^2}$$

*Haldane & Rezayi,
PRL 60 956, 1988*

- Talasna funkcija BCS tipa – sparivanje
- Funkcija sparivanja je $1/z^2$ - što ukazuje na neunitarnost teorije – *Milovanovic & Read, PRB 53, 13559 (1996)*

Osnovna konfiguracija Haldane - Rezayi stanja [1]

- Predstavljanje talasne funkcije u bazu brojeva popunjenosti i utvrđivanje osnovne konfiguracije

$$\psi_{HR}(u, v) = \sum_{i,j} (Slater_i\{u\}Slater_j\{v\} + Slater_j\{u\}Slater_i\{v\})$$

($\bar{2}000\bar{2}000\bar{2}000 \dots$) $\bar{2} = \downarrow\uparrow$

Primer: $N_e = 4$ $\psi_{HR}(u, v) = \{0, 4\}\{0, 4\} + \dots$

- Neophodnost dodatnih ograničenja pri “squeezing”-u

Osnovna konfiguracija Haldane - Rezayi stanja [2]

$$\psi_{HR}(u, v) = \prod_{i < j} (u_i - u_j)^2 \prod_{i < j} (v_i - v_j)^2 \tilde{\psi}_{HR}(u, v)$$

$$\tilde{\psi}_{HR}(u, v) = \prod_{i < j} (u_i - v_j)^2 \times \det \left[\frac{1}{(u_i - v_j)^2} \right]$$



($\bar{2}0\bar{2}0\bar{2}0 \dots$)

- Standardno definisani “squeezing”

Halperin 331 talasna funkcija

$$\psi_{331}(u, v) = \prod_{i < j} (u_i - u_j)^3 \prod_{i < j} (v_i - v_j)^3 \prod_{i < j} (u_i - v_j)^1$$

- Osnovna konfiguracija

$(XX00XX00XX00\dots)$

$$XX = \downarrow\uparrow + \uparrow\downarrow$$

HR vs. 331

- 331 kao ekscitacija HR

$$HR: (\bar{2}000|\bar{2}000|\bar{2}000|\bar{2}) \quad \downarrow N_\phi = 2N_e - 4$$

$$331: (XX00|XX00|XX00|XX) \quad N_\phi = 2N_e - 3$$

$$\tilde{H}R: (\bar{2}0\bar{2}0\bar{2}0 \dots) \quad \downarrow$$

$$3\tilde{3}1: (111111 \dots)$$

Zaključak

- Predstavljena je tehnika osnovnih konfiguracija
- Prikazane su osnovne konfiguracije jedno komponentnih modelnih talasnih funkcija – Laughlin, Pfaffian, Jain, Gaffnian
- Objasnjen odnos Jain - Gaffnian
- Odredjene osnovne konfiguracije multikomponentnih stanja – Haldane-Rezayi i 331
- Objasnjen odnos Haldane-Rezayi - 331
- Na nivou teorije polja je shvaćen mehanizam kojim stanja opisana neunitarnom teorijom prevodimo u nekompresibilna stanja