

УНИВЕРЗИТЕТ У БЕОГРАДУ
ФАКУЛТЕТ ЗА ФИЗИЧКУ ХЕМИЈУ

МАСТЕР РАД

Нумеричко испитивање утицаја Кибл-Зурек механизма на припрему
почетних стања у квантним симулаторима

Студент:

Кристина Перић 2025/0231

Ментор:

доц. др Милан Миловановић

Београд, 2026.

САДРЖАЈ

1. Увод	1
2. Фазни прелази и критична динамика	3
2.1. Основе и класификација фазних прелаза	3
2.2. Континуални фазни прелази	6
2.3. Кибл-Зурек механизам	11
2.3.1 Критично успоравање.....	11
2.3.2. Адијабатско-импулсна апроксимација	12
3. Квантни симулатори	15
3.1. Низови Ридбергових атома	15
3.1.1. Побуђивање атома до Ридбергових стања	15
3.1.2. Хамилтонијан низа Ридбергових атома	17
3.2. Квантни вишечестични ожилци	18
4. Резултати и дискусија	23
4.1 Базис и Хамилтонијан	23
4.2. Симулирање фазних прелаза	24
4.2.1. Испитивање оптималног опсега раздешености	26
4.2.2. Испитивање оптималних регија брзина	29
4.2.3. Испитивање осцилаторне структуре дијаграма	32
5. Закључак	36
6. Литература	38

1. УВОД

„Основни закони који су неопходни за математичку анализу великог дела физике и целе хемије су у потпуности познати, а тешкоћа лежи у чињеници да примена ових закона води ка једначинама које су сувише компликоване за решавање.”

- Пол Дирак

Квантни симулатори су у току протеклих година постали значајан и обећавајући смер истраживања, са сфером интереса која се сваком годином шири. Технолошки напредак и развој нових експерименталних метода су омогућили конструисање и испитивање разних квантних система од интереса. Поред повећаних могућности њихове реализације, порасла је и потреба за њима.

Осим што пружају могућност изучавања квантних система и њиховог понашања у случајевима када задовољавајуће нумеричке симулације нису могуће, квантни симулатори су блиско повезани са квантним рачунарима, на чијем развоју се активно ради. Као што је на то још 1929. године Пол Дирак указао, велики део решавања задатака модерне науке се своди на решавање низа компликованих једначина, у чему се ослањамо на помоћ рачунара. Што је испитивани систем комплекснији, и наша жеља да се приближимо реалним условима у односу на егзактно решиве моделе већа, то је већа и потребна рачунарска моћ. Док класични рачунар ради по бинарном принципу нуле и јединице, бит квантног рачунара је одређен стањем квантног система, које је дато суперпозицијом стања ”нуле” и ”јединице”, што за одређене класе проблема вишеструко увећава њихову рачунарску моћ у односу на класичне рачунаре. Међутим за њихову реализацију су потребни системи специфичних особина и могућности. Потребно је остварити контролисане интеракције између квантних битова - кјубита, које би омогућиле реализацију квантних логичких кола, као и стабилност квантних стања током времена, очување кохеренције и отпорност на спољашње пертурбације, како би операције имале довољно времена за извршавање.

Једну од најперспективнијих експерименталних платформи за квантне симулације и квантно рачунарство представљају низови Ридбергових атома. То су типично атоми рубидијума или других алкалних метала, са једним валентним електроном који се помоћу прецизно контролисаних ласерских снопова може побудити до стања са високим главним квантним бројем, такозваног Ридберговог стања. Два атома у високопобуђеном Ридберговом стању међусобно интерагују путем ван дер Валсових интеракција, чија јачина изразито зависи од међуатомског растојања. Истраживачка група са Универзитета Харвард је 2017. године изучавањем система Ридбергових атома запазила интересантно и сасвим неочекивано понашање [1]. Високо уређен ланац атома, за који је очекивана нормална

термализација и губитак уређене структуре, показао је периодично оживљавање уређене структуре. Ова појава је касније повезана са атипичним својственим стањима названим квантни вишечестични ожиљци. До тада познати механизми нарушења ергодичности у квантним система су одликовани Хилбертовим простором чија су сва својствена стања неергодична, при чему еволуција система показује јаку зависност од почетног стања, за свако почетно стање. Системи са квантним вишечестичним ожиљцима, насупротив томе, показују нормалну термализацију, независну од почетног стања, за већину почетних конфигурација, са само малим бројем специјалних почетних стања која показују неергодичност. Тиме је отворен нови правац истраживања система чије понашање се налази између ергодичног и неергодичног.

Поред тога што представљају наизглед нову класу квантних система, ови системи показују интересантне и врло корисне особине, као што су спора декохеренција и отпорност на разне спољашње пертурбације, што их чини перспективним за примену у квантним технологијама као што су квантни рачунари, квантни сензори, квантне меморије итд. Међутим, припремање система у жељеном почетном стању које испољава ефекте квантних вишечестичних ожиљака често подразумева превођење система из неуређене, високосиметричне фазе, у уређену фазу са нарушеном симетријом, преласком преко континуалног фазног прелаза.

У термодинамичком лимиту, прелаз преко континуалног фазног прелаза је немогућ без генерисања одређене количине дефеката у виду доменских зидова који раздвајају уређене фазе. Због дивергенције релаксационог времена у критичној тачки фазног прелаза, адијабатичет се неминовно губи у њеној околини, јер чак ни при бесконачно спором прелазу систем не може да адијабатски испрати промену. Спорији прелаз води мањем броју дефеката, јер се наступање неадијабатске еволуције помера све ближе критичној тачки, а зависност густине генерисаних дефеката од брзине фазног прелаза се описује Кибл-Зурек механизмом. Физичка природа система као и експериментални протокол којим се систем припрема уводе временско ограничење, због чега није могућа примена арбитрарно спорог прелаза. Одатле се јавља и потреба за детаљнијим проучавањем и дубљим разумевањем критичних феномена који се јављају у току континуалних фазних прелаза, како би се пронашао оптимални начин припреме система, који ће резултовати што мањим бројем дефеката.

Циљ овог мастер рада је испитивање опсега важења закона скалирања броја дефеката са брзином фазног прелаза, који предвиђа Кибл-Зурек механизам, у зависности од параметара прелаза, као што су брзина промене контролног параметра, као и његова почетна и крајња вредност. Боље разумевање везе између генерисања дефеката и параметара протокола припреме може представљати корак унапред ка реализацији стања са мањим бројем нежељених дефеката и израженијом динамиком квантних вишечестичних ожиљака, а самим тим и прошири могућности њихове потенцијалне примене.

2. Фазни прелази и критична динамика

2.1. Основе и класификација фазних прелаза

Фазни прелаз се може, у феноменолошком смислу, дефинисати као нагла промена карактеристика система, при варирању спољашњих параметара. Фазни прелази обухватају широк спектар појава, од топљења леда и преласка феромагнета у парамагнет на Киријевој температури, до хлађења раног универзума. Упркос великим разликама између система које ова феноменологија обухвата, показало се да ће се одређене физичке величине понашати скоро идентично у околини фазног прелаза (тачније континуалног фазног прелаза), уколико ти системи имају заједничке следеће три особине:

- 1) групу симетрије Хамилтонијана
- 2) димензионалност
- 3) исти домет интеракција (дуги или кратки)

Тако ће на пример, параметар уређености система (θ) показивати исту зависност од удаљености критичне тачке у два наизглед сасвим различита система, систему течност-гас који прелази у суперкритични флуид и у магнету Изинговог типа који прелази из феромагнета у парамагнет. У близини критичне тачке параметар уређености се понаша као степена функција. Шта више, степену зависност од близине критичне тачке показују параметри уређености (скоро) свих система, а одређени системи, који припадају истој класи универзалности, имају исту вредност тог степена, тзв. критичног експонента. На пример, за поменута два система (и вредност димензије = 3) та вредност износи $\approx 0,3$. [2]

$$\theta = \Delta\rho \propto |T_c - T|^\beta \quad (1)$$

$$\theta = m \propto (T_c - T)^\beta \quad (2)$$

$$\beta \approx 0,3 \quad (3)$$

Чињеница да различити системи показују исте законе скалирања у околини континуалног фазног прелаза, указује да се у том режиму детаљи система и микрофизика која га описује, свде на само пар, за тај режим, битних карактеристика. Питањима порекла ове универзалности и разлога зашто су баш те карактеристике одлучујуће при сврставању система у једну или другу класу универзалности, се бави теорија критичних феномена. Појмови као што су континуални фазни прелаз, параметар уређености, критични експонент и други (који су били *ad hoc* уведени) су кључни појмови ове теорије. Да бисмо могли подробно да их дефинишемо, морамо поћи од ригорозније дефиниције фазе и фазног прелаза.

Хелмхолцова слободна енергија је дата као:

$$F = -kT \ln Z \quad (4)$$

Парцијалним диференцирањем Хелмхолцове слободне енергије по одговарајућим екстерним параметрима K_i :

$$\frac{\partial F}{\partial K_i}, \frac{\partial^2 F}{\partial K_i \partial K_j} \dots \quad (5)$$

добивамо информације о одговарајућим аспектима термодинамике система. Како смо већ рекли да се фазни прелаз одликује наглом променом у некој од карактеристика система, можемо очекивати да ће услов појаве фазног прелаза бити управо прекид у некој од ових функција стања. Дефинисаћемо Хелмхолцову слободну енергију по јединици запремине у термодинамичком лимиту, када запремина и број честица теже бесконачности, а њихов однос остаје константан:

$$f = \lim_{V, N \rightarrow \infty} \frac{F}{V} \quad (6)$$

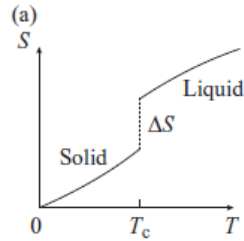
Када овај лимит постоји, могу се прецизно дефинисати фаза и фазни прелаз. За D екстерних параметара ($K_1 K_2 \dots K_D$) можемо да конструишмо D -димензиони фазни дијаграм на чијим осама се налазе екстерни параметри. Зависност $f(K_1 K_2 \dots K_D)$ је у готово читавом фазном простору аналитична. Неаналитичности у фазном дијаграму се јављају као тачке, линије, равни, хипер-равни итд. Њима придружена димензионалност D_s , износи редом 0, 1, 2 ... Неаналитичности чија димензионалност је за један мања од димензије фазног простора ($D - D_s = 1$) представљају фазне границе, а регије аналитичности функције $f(K_1 K_2 \dots K_D)$ - фазу. Може се показати да је $f(K_1 K_2 \dots K_D)$ непрекидна у читавом фазном простору. Неаналитичности онда морају потицати од прекида у неком од њених диференцијала.

Разликујемо два случаја:

- 1) прекид се јавља код диференцијала првог реда $\frac{\partial f}{\partial K_i}$ - фазни прелаз се карактерише као фазни прелаз првог реда
- 2) прекид се јавља у диференцијалу вишег реда $\frac{\partial^2 f}{\partial K_i \partial K_j}, \frac{\partial^3 f}{\partial K_i \partial K_j \partial K_l} \dots$ - фазни прелаз се карактерише као континуални.

Ово можемо илустровати на примеру два фазна прелаза: прелаза из чврстог у течно стање (фазни прелаз првог реда), и фазног прелаза из феромагнета у парамагнет (континуални фазни прелаз)

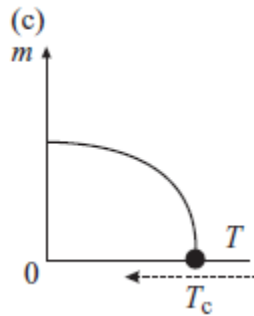
За прелаз из чврстог у течно стање, зависност ентропије од температуре је облика:



слика 1. Промена ентропије система са повећањем температуре за арбитрарни систем [3]

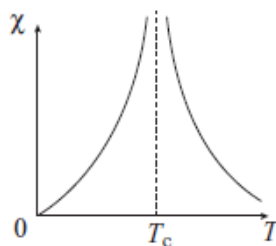
и показује нагли скок (прекид) у тачки преласка фазне границе. Како је ентропија $S = -\frac{\partial F}{\partial T}$, закључујемо да је реч о фазном прелазу првог реда.

Са друге стране, зависност магнетизације ($m = -\frac{\partial F}{\partial H}$) од температуре у магнетном фазном прелазу (у одсуству спољашњег магнетног поља) је непрекидна:



слика 2. Промена магнетизације система са повећањем температуре за арбитрарни систем [3]

али зато магнетна сусцептибилност ($\chi = -\frac{\partial^2 F}{\partial H^2}$) дивергира, што нам говори да је реч о континуалном фазном прелазу.

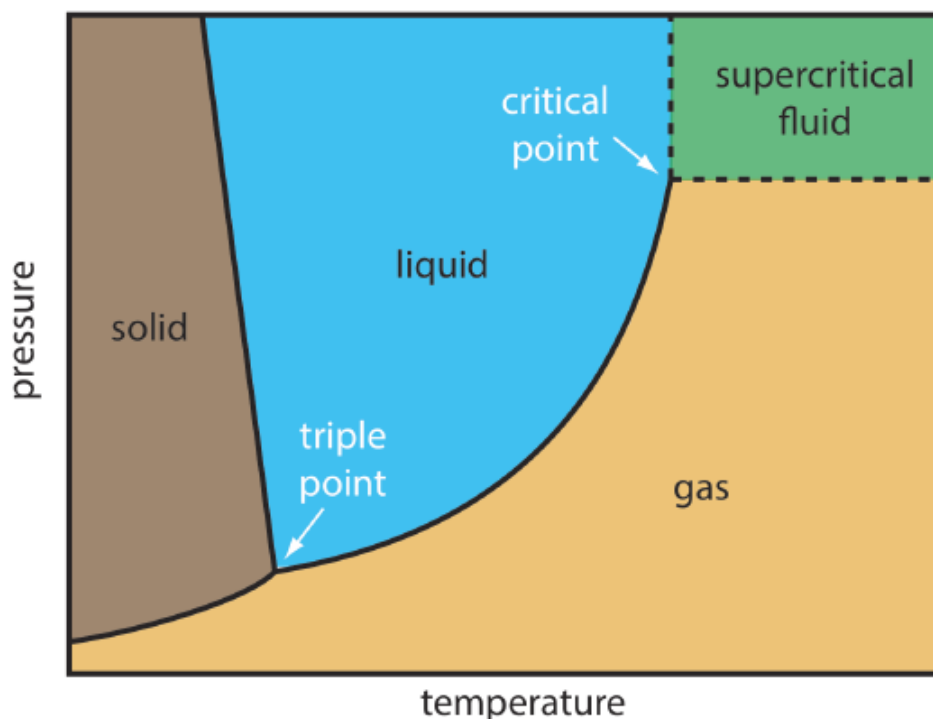


слика 3. Промена магнетне сусцептибилности система са повећањем температуре за арбитрарни систем [3]

2.2. Континуални фазни прелази

Битне концепте континуалног фазног прелаза ћемо описати на примеру суперкритичног флуида, а затим ћемо пронаћи аналоге у осталим системима, да бисмо се на крају фокусирали на модел система који је нумерички испитиван у овом мастер раду.

На слици 4 је приказан типичан облик фазног дијаграма, са четири дистинктне фазе, од чега су три основна агрегатна стања, а четврта фаза је суперкритични флуид. Пуним линијама су обележени фазни прелази првог реда, а испрекиданом линијом континуални фазни прелаз.



слика 4. pT фазни дијаграм арбитрарног система [сл1]

За вредности параметара T и P , таквих да $T > T_c$ и $P > P_c$, систем се налази у фази суперкритичног флуида. Систем се не може окарактерисати ни као течност ни као гас, његове карактеристике су аномалне и различите од карактеристика чисто гасног или чисто течног агрегатног стања. Густина суперкритичног флуида је ближа густини течности, док је вискозност ближа вискозности гаса. Због ових повољних карактеристика, суперфлуиди су нашли многе примене у пракси, између осталог као покретне фазе у хроматографији или растварачи у хемијским реакцијама.

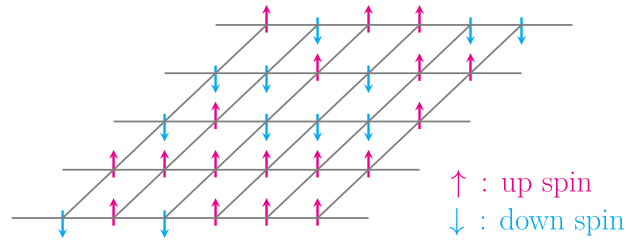
Ако су параметри система такви да се он налази на фазној граници, у систему су присутне обе фазе. Знамо да при $P=1\text{atm}$ $T=100^\circ\text{C}$ вода креће да ври, али њена температура неће премашити 100°C све док сва вода не испари. У току фазног прелаза дакле, постепено

варира удео једне фазе, док у потпуности не нестане. Можемо да замислимо запремину система као издељену на дистинктне регије у којима су присутне течна односно гасна фаза. У фазном прелазу првог реда, регије гасне фазе имају карактеристике чисте гасне фазе које одговарају вредностима температуре и притиска на фазном прелазу, односно инфинитезимално померених ка гасној фази. Услед термалних флуктуација система, део система и јесте на тим вредностима параметара, тако да је то очекивано понашање. Ако посматрамо прелазак из течности у гас, регије гасне фазе које су у почетку мале, расту док не заузму целу запремину система. Када напустимо регију коегзистенције (која на фазном дијаграму одговара фазној граници) систем је у чисто гасном агрегатном стању. На графику зависности одређене термодинамичке функције се јавља прекид односно скок (као на слици 1). Са друге стране, ако се на фазном дијаграму налазимо негде дуж фазне границе континуалног прелаза, у систему се јављају регије течности и регије гаса, али је течност знатно мање густине од оне која би се очекивала за те параметре, односно параметре инфинитезимално померене ка регији течне фазе, као и гас који је знатно веће густине од очекиване. У току фазног прелаза прве врсте, просторне регије које заузима гасна фаза постепено расту, и у сваком моменту се може дефинисати просечна величина ових регија. Међутим, у току континуалног фазног прелаза, просторне регије расту, али како се систем приближава критичној вредности престаје да постоји просечна величина тих регија, већ су регије свих величина подједнако вероватне.

Ово је карактеристика свих континуалних фазних прелаза. За просторне регије о којима смо причали се у општем случају користи термин флуктуације, а њихову просечну величину ћемо називати типична скала величине флуктуација, односно краће, типична скала дужине. Карактеристика континуалних фазних прелаза је дакле дивергенција типичне скале дужине. Управо та дивергенција је разлог појаве неаналитичности у термодинамичким функцијама. Тада одређене физичке величине показују степену зависност од близине критичне тачке, а вредност тог степена који се назива критични експонент, узима исте вредности за системе који припадају истој класи универзалности.

Континуални фазни прелаз, односно критични феномени, су уско повезани са концептом спонтаног нарушавања симетрије. Систем прелази из потпуно симетричне (неуређене) фазе у фазу нарушене симетрије. Зато је згодно дефинисати параметар уређености, као било коју физичку величину која узима нулту вредност у уређеној, и ненулту вредност у неуређеној фази. На почетку смо, као кратак увод у критичне феномене, дали пример исте зависности параметра уређености θ од температуре, за два система. У систему течност-гас је за параметар уређености изабрана разлика у густинама течне и гасне фазе. У уређеној фази (суперкритични флуид) њена вредност је једнака нули, у неуређеној фази узима одређену вредност, а у близини фазног прелаз се описује степеном зависношћу са критичним експонентом β . У систему феромагнет-парамагнет Изинговог типа, за параметар уређености је изабрана магнетизација. На слици 2 можемо да видимо облик зависности магнетизације од температуре, који је описан управо изразом (1) из увода.

Визуелна репрезентација концепта флуктуација, типичне скале дужине, и дивергенције типичне скале дужине, се може приказати на примеру нумеричке симулације 2D Изинговог модела преузетом из Ref [2]. У Изинговом моделу магнет се моделује скупом тачака на решетци, где свакој тачки k одговара дискретна варијабла $\sigma_k \in \{-1, +1\}$ која описује стање спина у тој тачки.



Слика 5. Илустрација дводимензионалног Изинговог модела [сл2]

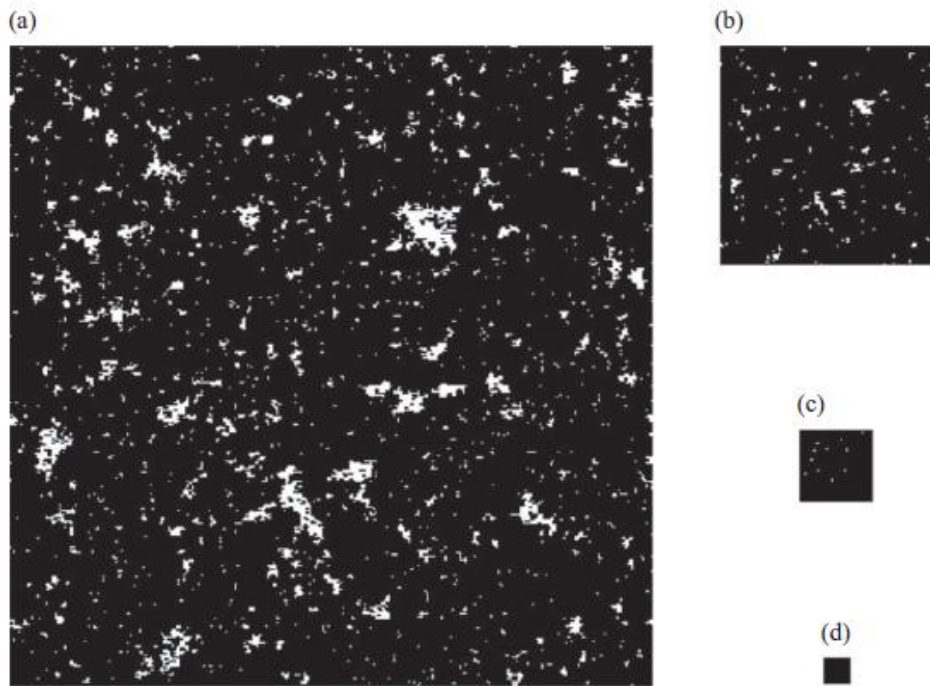
Нека је J_{ij} јачина интеракције између спинова две суседне тачке i и j , а h_j јачина спољашњег магнетног поља у тачки j . Хамилтонијан је тада представљен изразом:

$$H = -\sum_{\langle ij \rangle} J_{ij} \sigma_i \sigma_j - \mu \sum_j h_j \sigma_j \quad (7)$$

где μ означава магнетни моменат. Уколико не постоји спољашње магнетно поље ($h_j = 0, \forall j$) и јачина интеракције је иста за све парове суседних тачака ($J_{ij} = J, \forall \langle ij \rangle$), Хамилтонијан добија облик:

$$H = -J \sum_{\langle ij \rangle} \sigma_i \sigma_j \quad (8)$$

У раду [2] су симулирани систем одређени Хамилтонијаном (8) на различитим температурама. На слици 6.a је приказано стање система на температури $T = 0.995$ Тс. Црном бојом су обележени чворови решетке са спином горе а белом чворови са спином доле.



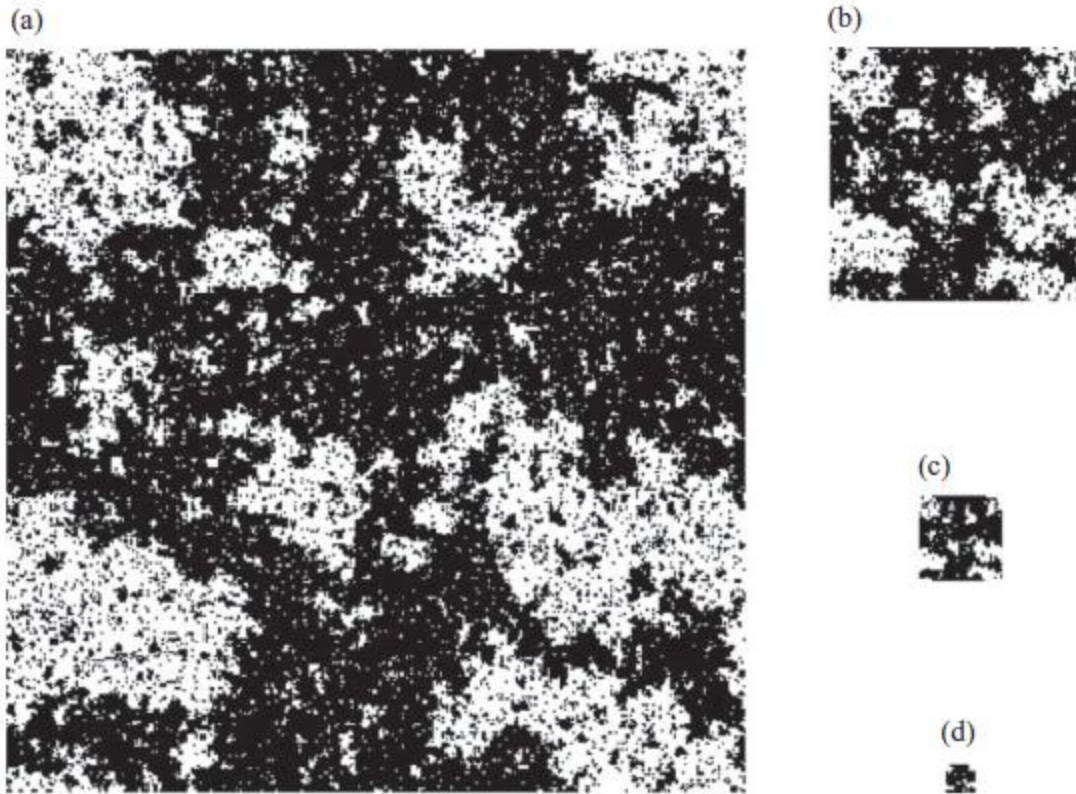
*слика 6. (a) Стање система на $T = 0.995 T_c$,
примена блок-спин трансформације једном (b) два (c) и три (d) пута за редом [2]*

Видимо да је испод критичне температуре, највећи део честица у стању спин горе, са појавом регија спин доле. Беле регије су управо флуктуације, а њихова просечна линеарна величина је типична скала дужине. Да постоји просечна величина, можемо да покажемо применом блок-спин трансформације.



Девет суседних спинова се мења једним спином, према томе који је већински присутан. На сликама 6.b, 6.c и 6.d су приказани резултати консекутивног примењивања ове трансформације. Када се примени блок-спин трансформација, елиминишу се флуктуације најмањих величина. Консекутивном применом елиминсане су скоро све флуктуације.

Ако исти процес применимо на систем симулиран на температури $T=T_c$:



*слика 7. (a) Стање система на $T = T_c$,
примена блок-спин трансформације једном (b) два (c) и три (d) пута за редом [2]*

видимо да блок-спин трансформација неће имати никаквог ефекта, зато што постоје флукуације свих величина. Овај процес „укрупњавања“ (coarse graining), у току ког се губе микроскопски детаљи система, нам помаже да уочимо и опишемо фазни прелаз. Сагледавањем ових резултата постаје јасније како два различита система као што су течност-гас и магнет, могу да показују иста својства, иако је код једног расподела честица континуална док је у другом дискретна.

Можемо дефинисати корелациону функцију која описује корелисаност стања делова система на удаљености r . Тада корелациона дужина ξ описује растојање након ког је корелисаност занемарљива. Корелациона дужина је управо мера уређености односно типична скала дужине. У околини критичне тачке, корелациона функција и корелациона дужина такође подлежу скалирању одговарајућим критичним експонентом:

$$\xi \propto |T_c - T|^\nu \quad (9)$$

2. 3. Кибл-Зурек механизам

Показује се да фазни прелаз из неуређене (симетричне) фазе у уређену фазу нарушене симетрије, у термодинамичком лимиту, никад не може бити идеалан. Резултујућа фаза неће бити савршено уређена, већ ће бити мозаик уређених домена, раздвојених границама домена, тзв. доменским зидовима. Дакле у термодинамичком лимиту, при преласку у уређену фазу ће се неминовно генерисати ненулти број тополошких дефеката. Ово представља својеврсну потешкоћу у припреми одређених почетних стања у квантним симулацијама. Да би се припремило уређено стање, у експериментима се уобичајено полази од неуређеног стања и затим променом одговарајућег екстерног параметра долази до уређеног. Међутим, како њих раздваја континуални фазни прелаз, у току припреме система долази до генерисања дефеката. Ови дефекти даље утичу на динамику и могу отежати њено испитивање.

Томас Кибл је био први који је предложио адекватан опис генерисања тополошких дефеката у току континуалних фазних прелаза. Разматрао је фазне прелазе раног космоса [4] и искористио формализам спонтаног нарушавања симетрије да предвиди густину дефеката коју би ти фазни прелази генерисали. Војћех Зурек је ово разматрање из космолошког контекста превео у лабораторијско [5], и у доброј мери потврдио његову валидност. Данас је Кибл-Зурек механизам (КЗМ) потврђен у великом броју система [6]. Главна поставка Кибл-Зурек механизма је дата у следећим разматрањима:

2.3.1. Критично успоравање

Уколико се фазни прелаз врши варирањем екстерног параметра λ , чија критична вредност износи λ_c можемо дефинисати бездимензионалну величину ε која описује удаљеност од критичне тачке као:

$$\varepsilon = \frac{\lambda - \lambda_c}{\lambda} \quad (10)$$

Зависност корелационе дужине од близине критичне тачке је дата као:

$$\xi = \frac{\xi_0}{|\varepsilon|^\nu} \quad (11)$$

где је ν критични експонент корелационе дужине и има исту вредност за све системе који припадају истој класи универзалности, а ξ_0 константа специфичног система и одражава његову микрофизику.

Поменули смо типичну скалу дужине, која је уско повезана са корелационом дужином, а сад ћемо увести и типичну временску скалу, која је повезана са релаксационим временом τ . Релаксационо време описује колико времена је потребно систему да се адаптира на промену

у спољашњем параметру. Релаксационо време се скалира са корелационом дужином динамичким критичним експонентом z :

$$\tau \sim \xi^z \quad (12)$$

односно:

$$\tau = \frac{\tau_0}{|\varepsilon|^{zv}} \quad (13)$$

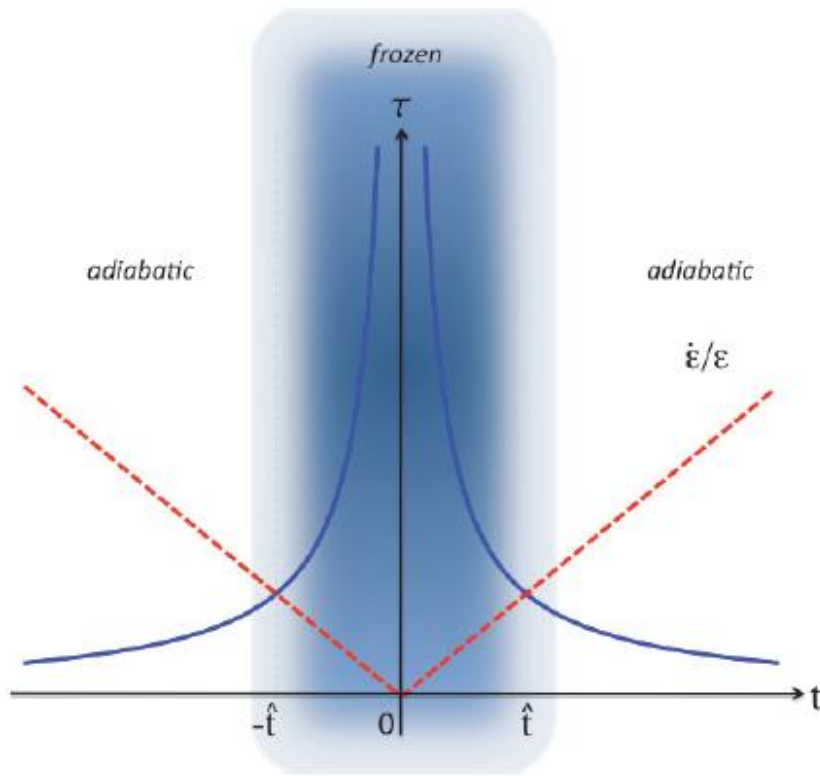
Претпосавимо линеарну промену екстерног параметра са временом, односно да се варирање екстерног параметра врши константом брзином:

$$\varepsilon = \frac{t}{\tau_Q} \quad (14)$$

Где је $t \in [-\tau_Q, \tau_Q]$ тако да се критична тачка достиже у $t = 0$. Како се систем приближава критичној тачки ($\varepsilon \rightarrow 0$) релаксационо време τ расте и у критичној тачки дивергира на основу (13), што је описано као „критично успоравање“. Систем више не може адијабатски да испрати промене у екстерном параметру и остаје, у првој апроксимацији, замрзнут.

2. Адијабатетско-импулсна апроксимација

Кибл-Зурек механизам раздваја динамику система на три консекутивне фазе, у којима је динамика адијабатска, ефективно замрзнута (импулс), и онда опет адијабатска. Почетак импулсне фазе је означен тренутком $-\hat{t}$ када време преостало до критичне тачке постане једнако релаксационом времену.



слика 8. Приказ зона: адијабатска, импулс, адијабатска [4]

Када временска удаљеност од критичне тачке постане упоредива са релаксационим временом, даље варирање екстерног параметра неће моћи да буде адијабатски испраћено, јер брзина промене екстерног параметра постаје већа од брзине реакције система. У првој апроксимацији, коју уводи КЗМ, неадијабатичет се апроксимира импулсом, односно динамика система се не узима као неадијабатска, већ замрзнута. Систем ће се ефективно замрзнути у тренутку $-\hat{t}$ и одмрзнути тек са друге стране критичне тачке, када релаксационо време поново постане упоредиво са временском удаљеношћу од критичне тачке, у тренутку $+\hat{t}$. Израз за $\hat{t}$ можемо добити изједначавањем времена преосталог до критичне тачке са релаксационим временом:

$$\hat{t} = \hat{t} \quad (15)$$

$$\hat{\varepsilon} \equiv \varepsilon(\hat{t}) = \frac{\hat{t}}{\tau_Q} = \frac{\hat{t}}{\tau_Q} \quad (16)$$

$$\hat{t} = \frac{\tau_0}{|\hat{\varepsilon}|^{vz}} = \frac{\tau_0}{|\frac{\hat{t}}{\tau_Q}|^{vz}} \quad (17)$$

$$\hat{t} = (\tau_0 \tau_Q^{vz})^{\frac{1}{1+vz}} \quad (18)$$

Аналогним поступком се добија израз за корелациону дужину у тренутку $\hat{t}$

$$\hat{\xi} \equiv \xi(\hat{t}) = \xi_0 \left(\frac{\tau_Q}{\tau_0} \right)^{\frac{v}{1+vz}} \quad (20)$$

Пошто је ово била корелациона дужина у тренутку уласка у импулсну регију, у адијабатетско-импулсној апроксимацији, то ће бити корелациона дужина и при изласку из импулсне регије, и складно томе, као мера типичне скале дужине, одражаваће дужину уређених домена коју смо успели да постигнемо. Из ове процене дужине уређеног домена, директно следи процена густине дефеката као:

$$n \sim \frac{\xi^d}{\xi_0^d} = \frac{1}{\xi_0^{D-d}} \left(\frac{\tau_0}{\tau_Q} \right)^{(D-d)\frac{v}{1+vz}} \quad (21)$$

Где су D и d димензионалности простора и дефеката.

Квантни фазни прелази су у многоне другачији од фазних прелаза на коначној температури. Како је временска еволуција унитарна, не постоји пригушење, а не постоје ни термалне флукуације које у класичним прелазима иницирају нарушавање симетрије, већ ту улогу преузимају квантне флукуације [7]. Упркос овим разликама, закони скалирања остају формално исти. Релаксационо време је директно одређено енергетском разликом између основног и првог (релевантног) побуђеног стања ΔE . У термодинамичком лимиту се тај енергетски расцеп затвара у близини критичне тачке, а релаксационо време дивергира. У АИА апроксимацији, у тренутку - $\hat{t}$ када се адијацитет нарушава, стање система остаје ефективно замрзнуто. Реална линеарна промена од $-\hat{\epsilon}$ до $\hat{\epsilon}$ се моделује тренутним скоком са $-\hat{\epsilon}$ на $\hat{\epsilon}$. Систем остаје замрзнут у основном стању ком одговара вредност параметра $\hat{\lambda} = \lambda_c(1 + \hat{\epsilon})$. За њега се промена параметра из $+\hat{\lambda}$ у $-\hat{\lambda}$ дешава ефективно тренутно, тако да основно стање у ком је остао „замрзнут“ постаје почетно побуђено стање у поновном покретању еволуције. Што је прелаз спорији, односно τ_Q веће, систем успева да се све више приближи критичној тачки пре наступања импулсног режима.

Пошто су фазни прелази стриктно дефинисани само у термодинамичком лимиту, све добијене релације се односе на тај случај. У систему коначне величине, корелациона дужина не може да дивергира у бесконачност, већ је њена максимална вредност ограничена величином система L . Коришћењем зависности $\hat{\xi}(\tau_Q)$ дате изразом (19), можемо да проценимо вредност τ_{Qmin} изнад које је могућ потпуно адијабатски прелаз:

$$\tau_{Qmin} \sim L^{\frac{1+vz}{v}} \quad (22)$$

3. КВАНТНИ СИМУЛАТОРИ

Потреба за остваривањем квантних система чије параметре је могуће прецизно контролисати је доживела велики раст у протеклим деценијама. Могућности оваквих система су велике, од симулирања комплексних вишечестичних система који су недоступни нумеричким симулацијама, до квантних рачунара и суперпроводних материјала. Обећавајућу платформу за реализацију квантних симулација чине атоми у високопобуђеним стањима, тзв. Ридбергови атоми [9].

3.1. Низови Ридбергових атома

Услед потпуно симетричне гусине наелектрисања атом у одсуству електричног поља нема перманентни диполни моменат, што чини међуатомске интеракције слабима. Из тог разлога, низови неутралних атома дуго времена нису разматрани у току потраге за погодним квантним система, већ су већински коришћени јони и поларни молекули [10][11]. Иако слабе, међуатомске интеракције између неутралних атома постоје. Флуктуације у густини наелектрисања доводе до формирања тренутног диполног момента који индукује диполни моменат у другом атому. Јачина ових Ван дер Валсових интеракције је облика:

$$V = \frac{C_6}{r^6} \quad (23)$$

Међутим, како коефицијент C_6 показује јаку зависност од главног квантног броја [12]:

$$C_6 = n^{11}(11,97 - 0,8486n + 3,385 \cdot 10^{-3}n^2) \quad (24)$$

побуђивањем атома у високопобуђена стања се може остварити потребна јака интеракција. За разлику од поларних молекула и јона између којих је јака интеракција увек присутна, у системима неутралних атома интеракција може да се „укључи” побуђивањем атома, када њена јачина доживљава скок од неколико редова величине. Тиме се омогућава већа контрола и избор у конструкцији блокада, тзв. квантних капија, које се налазе у основи машинског језика квантних рачунара, слично као што то чине логичка кола у класичним компјутерима [13].

3.1.1. Побуђивање атома до Ридбергових стања

Превођење атома у Ридбергово стање се врши помоћу високо кохерентних ласера. У току ласерског импулса долази до спрезања основног и побуђеног стања. Стање атома је дато суперпозицијом ових стања:

$$|\psi\rangle = C_g(t)|g\rangle + C_r(t)|r\rangle \quad (25)$$

Насељености основног и побуђеног стања осцилују у времену. Њихова временска еволуција је дата периодичном функцијом са карактеристичном фреквенцијом Ω која се назива Рабијева фреквенција.



Слика 9. Осциловање насељености између нивоа [12]

$$|C_g|^2 = \cos^2 \left(\frac{\nu t}{2\hbar} \right) \quad (26)$$

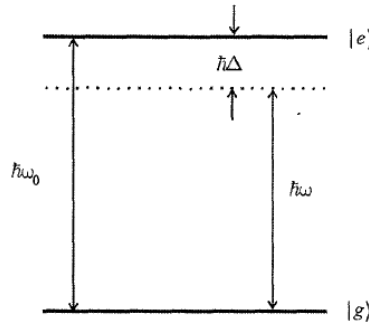
$$|C_r|^2 = \sin^2 \left(\frac{\nu t}{2\hbar} \right) \quad (27)$$

Величина ν описује јачину интеракције између диполног момента прелаза и амплитуде електричног поља ласера:

$$\nu = \langle r | \hat{V} | g \rangle = -\hat{\mu}_{rg} \cdot E_0 \quad (28)$$

Фреквенција ласера ω може бити померена од резонантне фреквенције $\omega_0 = (E_r - E_g)/\hbar$ за вредност Δ , која се назива раздешеност (detuning).

$$\omega = \omega_0 - \Delta \quad (29)$$



Слика 10. Шема енергетских нивоа и раздешености [14]

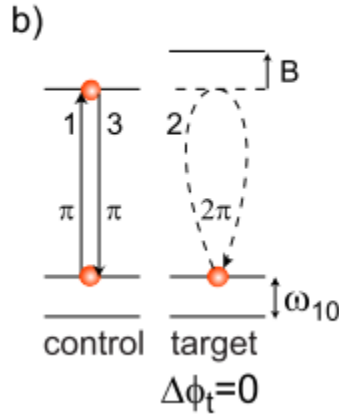
Рабијева фреквенца је са јачином спреге и раздешеноћу повезана изразом:

$$\Omega^2 = \Delta^2 + \frac{\nu^2}{\hbar^2} \quad (30)$$

Размотримо систем од два атома у основном стању. Нека је озрачивањем првог атома ласерским зрачењем он спрегнут са својим Ридберговим стањем. Тада долази до

енергетског помака Ридберговог стања другог атома за величину V сразмерну енергији интеракције између атома.

2



Слика 11. Шема енергетског помака услед међуатомских интеракција [15]

Уколико је помак V довољно велик, односно важи:

$$V \gg \Delta \gg \Omega \quad (31)$$

ласерско зрачење не може да побуди други атом, чиме је остварена тзв. Ридбергова блокада, односно ефективно је забрањено побуђивање суседних атома. То омогућава коришћење Ридбергове блокаде у сврху квантне капије.

3.1.2. Хамилтонијан низа Ридбергових атома

Хамилтонијан 1D низа Ридбергових атома дужине L је дат као:

$$H = \sum_{j=1}^L \left(\frac{\Omega}{2} X_j - \Delta Q_j \right) + \sum_{i < j}^L (V_{ij} Q_i Q_j) \quad (32)$$

Где је Ω Рабијева фреквенција, Δ раздешеност, а $V_{i,j} \propto 1/|r_i - r_j|^6$ јачина интеракције између атома. Први члан Хамилтонијана описује спрезање основног и Ридберговог стања ласерским зрачењем а други члан описује интеракције између побуђених атома. Оператор X_j који се налази уз Рабијеву фреквенцију мења стање атома у тачки j из основног у Ридбергово односно из Ридберговог у основно:

$$X_j = |g_j\rangle\langle r_j| + |r_j\rangle\langle g_j| \quad (33)$$

Оператор Q_k који се налази уз вредност раздешености је пројектор на Ридбергово стање:

$$Q_k = |r_k\rangle\langle r_k| \quad (34)$$

и заједно са вредношћу Δ уводи ефекат раздешености ласера, односно чињенице да његова енергија не одговара тачно енергији стања $|r\rangle$. Q_k се налази и у члану који описује међуатомске интеракције где обезбеђује да интеракција V_{ij} постоји само између атома у Ридберговом стању. У лимиту јаким интеракција када је постигнута Ридбергова блокада, вероватноћа ексцитације два суседна атома је занемарљива. У циљу конструисања ефективног Хамилтонијана који описује систем у том режиму, може се дефинисати потпростор у Хилбертовом простору стања који је разапнут конфигурацијама без суседних ексцитација [14]. Пројектор на тај подпростор је дат као:

$$\mathcal{P} = \prod_j (1 - Q_j Q_{j+1}) \quad (35)$$

Пре него што пројектујемо Хамилтонијан на овај подпростор, у случају резонанције када је $\Delta=0$, можемо га представити у погоднијем облику:

$$H = H_0 + \varepsilon H_1 = \sum_j Q_j Q_{j+1} + \varepsilon \sum_j X_j \quad (36)$$

Где је цео Хамилтонијан скалиран са $1/V_{j,j+1}$ и уведен параметар $\varepsilon = \Omega/2V_{j,j+1}$. Пројекцијом Хамилтонијана на нискоенергетски подпростор члан H_0 који описује интеракције између побуђених атома нестаје, а оно што остаје је:

$$H = \varepsilon \mathcal{P} H_1 \mathcal{P} \quad (37)$$

Приказан без фактора скалирања ε , добија се ефективни Хамилтонијан познат као „РХР” Хамилтонијан:

$$H = \sum_{j=1}^L P_{j-1} X_j P_{j+1} \quad (38)$$

Где је P_k пројектор на основно стање атома k :

$$P_k = |g_k\rangle\langle g_k| \quad (39)$$

У случају ненулте раздешености, Хамилтонијан добија облик:

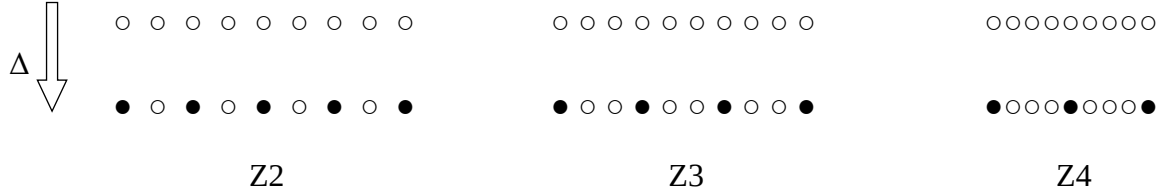
$$H = \sum_{j=1}^L P_{j-1} X_j P_{j+1} - \Delta \sum_j Q_j \quad (40)$$

РХР Хамилтонијан директно забрањује ексцитацију два суседна атома. Упркос уведенним апроксимацијама, РХР Хамилтонијан веома успешно описује низ појава у режиму јаким интеракција.

3.2. Квантни вишечестични ожилци

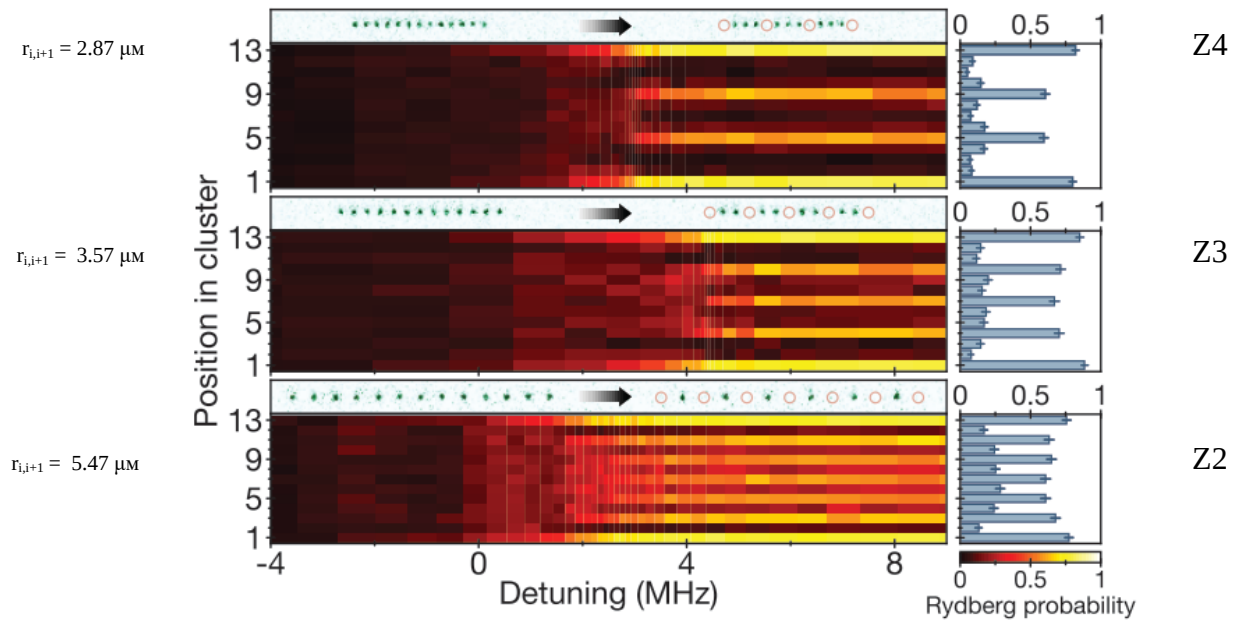
За велике негативне вредности Δ основно стање система одговара стању са свим атомима у стању $|g\rangle$. Повећањем Δ расте број атома у стању $|r\rangle$ док се не достигне максимална вредност коју дозвољава Ридбергова блокада. То може бити наизменично смењивање $|g\rangle$ и

$|r\rangle$, или, уколико су међуатомске интеракције јаче, може бити побуђен тек сваки трећи атом, тек сваки четврти, итд.



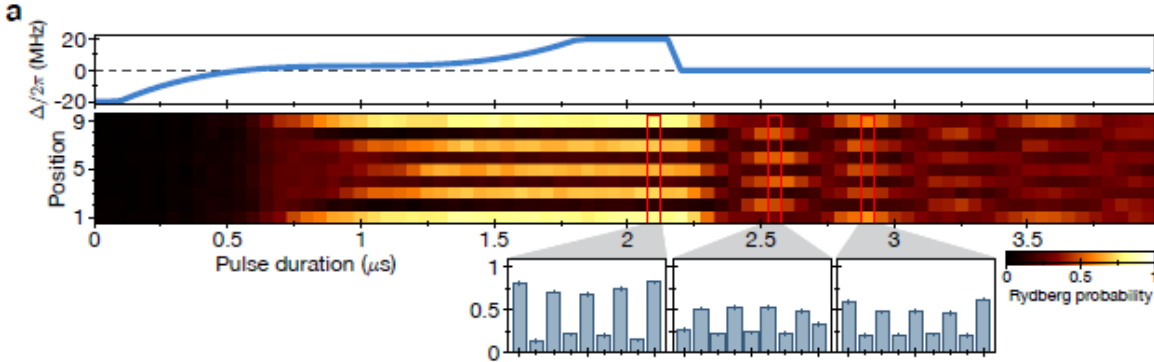
слика 12. побуђивање низа Ридбергових атома
○ и ● представљају $|g\rangle$ и $|r\rangle$, редом

Варирањем екстерног параметра Δ систем прелази из потпуно симетричне, неуређене фазе, у уређену фазу нарушене симетрије. Системи Ридбергових атома у уређеној фази се називају Ридбергови кристали, а у односу на то која симетрија је нарушена обележавају се ознакама Z_2 , Z_3 , Z_4 ... Ридбергови кристали су теоријски предвиђени 2000. године [17], и експериментално остварени у више експеримената [18][19], али је тек 2017. године истраживачка група са Универзитета Харвард [1] успела да оствари систем са великим степеном кохерентности и могућношћу читавања стања индивидуалних атома. Са побољшаном експерименталном поставком успели су да забележе настајање Ридбергових кристала са великом прецизношћу. Добијени резултати су приказани на слици број 13.



Слика 13. Промена вероватноће Ридберговог стања на различитим позицијама у ланцу при варирању раздешености [1]

Поред испитивања динамике фазног прелаза приказане на слици број 13, испитана је и динамика релаксације, односно еволуције система након спуштања раздешености на нулу. Иако би било очекивано да се систем нормално термализује и структура Ридберговог кристала изгуби, запажено је периодично враћање система у почетно, уређено стање, и неочекивано спора термализација.



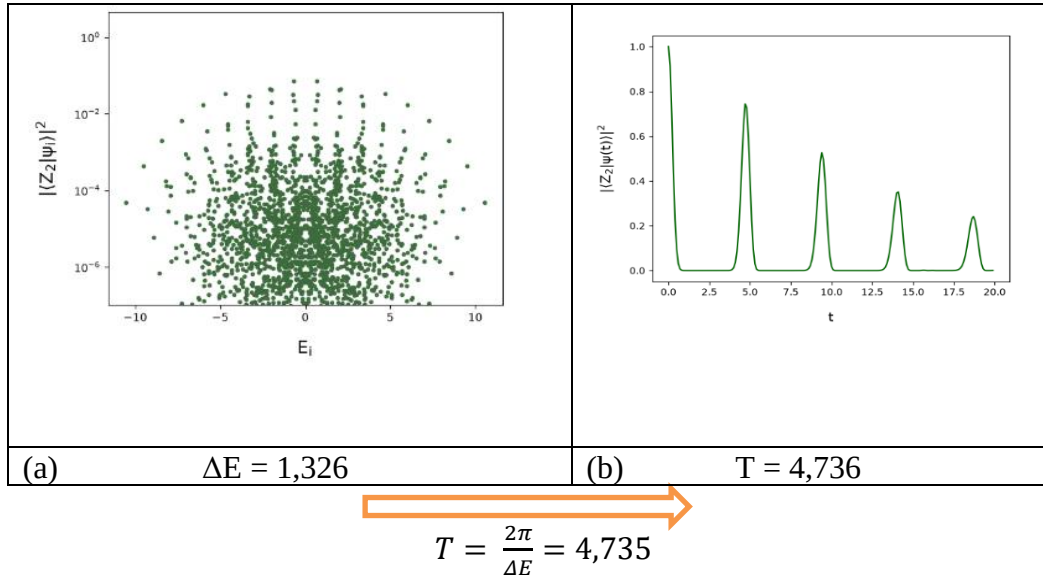
Слика 14. Промена вероватноће Ридберговог стања на различитим позицијама у ланцу након спуштања раздешености на нулу [1]

Након искључивања раздешености почетни Ридбергов кристал који одговара ексцитацијама на непарним местима у ланцу се урушава, али након тога долази до формације комплементарног Ридберговог кристала са ексцитацијама на парним местима. Након његовог урушавања, првобитна структура се поново јавља, и систем наставља да осцилује између та два стања.

Теоријско објашњење је пружено исте године у раду [20], где је показано постојање група специјалних својствених стања. Иако њихов број чини тек занемарљив удео свих расположивих стања, систем припремљен у почетном стању које има велико преклапање са специјалним својственим стањима се неће нормално термализовати, већ ће осциловати између различитих суперпозиција стања из те групе. Са друге стране, систем припремљен у типичном стању се термализује у складу са очекивањима. За разлику од система са јаким нарушењем ергодичности, као што су интеграбилни [21] и модели са вишечестичном локализацијом (*many-body localisation*) [22], у којима сву сва својствена стања неергодична, у овом случају је велика већина својствених стања и даље ергодична, док само мали број поменутих неергодичних стања исказује атипичне особине, као што је повећана концентрација густине вероватноће у одређеним деловима Хилбертовог простора. Такво понашање је названо слабом, непотпуном нарушеношћу ергодичности. По аналогiji са једночестичним квантним ожиљцима откривеним 1984. године [23], где је примећено да класичне периодичне орбите остављају „ожиљак“ у густини вероватноће таласних

функција у квантној верзији истог система, појава је добила име квантни вишечестични ожилџи (*quantum many-body scars*).

Када се на график нанесу вредности преклапања са Z_2 стањем за свако од својствених стања, специјална стања се лако уочавају по атипично великој вредности $|\langle Z_2 | \Psi_i \rangle|^2$. Фреквенција периодичног враћања Z_2 структуре одговара управо енергетској разлици између специјалних стања.



слика 15.

(a) Приказ "торњева" Z_2 специјалних стања

(б) Временска еволуција система припремљеног у Z_2 почетном стању.

Добијено РХР моделом за величину система 17

$\hbar=1$

Квантни вишечестични ожилџи дуго задржавају кохерентност и показују добру стабилност у односу на спољашње пертурбације [14], што су веома пожељне особине када се разматрају потенцијални системи за реализацију квантне меморије. За разлику од бита класичног компјутера, који је или у стању нуле или у стању јединице, бит квантног рачунара – кјубит, је квантни систем који се налази у суперпозицији стања, што драстично повећава рачунарску моћ, али је његова искористивост ограничена могућношћу очувавања кохерентности и отпорношћу на пертурбације [14]. Кохерентност игра битну улогу и у реализацији квантних сензора, система који се користе за високопрецизна мерења заснована на интеракцији квантног система и мерене величине, где ограничава време мерења. Због својих пожељних карактеристика, квантни вишечестични ожилџи би могли да пронађу примену у решавању многих задатака, како научних, тако и технолошких.

Међутим, да би се стање Z које показује ожиљке припремило са довољном квантном верношћу (quantum fidelity) $F = |\langle Z | \Psi(t) \rangle|^2$, потребно је обезбедити што већу адијабатичност фазног прелаза из неуређене $|\dots \circ \circ \circ \dots\rangle$ у уређену фазу $|\dots \bullet \circ \bullet \circ \bullet \dots\rangle$. У првом поглављу је показано да је за системе коначне величине могућ адијабатски прелаз, под условом довољно споре промене спољашњег параметра. Сама природа експерименталног протокола нажалост не дозвољава арбитарно малу брзину јер трајање протокола игра битну улогу у кохерентности и квантној верности добијеног стања. Максимална временска скала је свакако одређена коначним вреном живота побуђеног стања, које у случају параметара коришћених у експериментима [1] износи приближно $50\mu\text{s}$. Са друге стране, замке у којима се налазе атоми морају бити искључене у току ласерског пулса. Дужим пулсевима повећава се вероватноћа губитка атома. На температури од $12\mu\text{K}$ измерени губитак у току пулса трајања $10\mu\text{s}$ износи чак 9%. Да би се смањили губици, време пулса је ограничено на пар микросекунди. Како би се постигла што боља припрема стања у оквиру ограниченог временског опсега, пожељно је што боље упознати и описати карактеристике овог фазног прелаза, што представља мотивацију овог мастер рада. У следећем поглављу ћемо се упознати са очекиваним скалирањем на основу КЗ механизма и испитати утицај који брзина рампе, као и почетна и крајња вредност раздешености, имају на његову моћ предикције.

4. РЕЗУЛТАТИ И ДИСКУСИЈА

Дефекти односно доменски зидови представљају границе између уређених $\bullet \circ \bullet \circ \bullet$ домена, и одговарају два или више суседна атома у основном стању.



слика 16. Приказ домена и доменских зидова

У реалном систему се јављају и суседне ексцитације, али како су у оквиру РХР модела забрањене, овде нису разматране. Дефекти који се састоје од непарног броја атома се разликују од парних дефеката. Непарни дефекти се могу лако уклонити ексцитацијом, док би за уклањање парних дефеката било потребно променити и стања осталих атома (слика 17). Рампом се доминантно генеришу парни дефекти, док су непарни дефекти присутни у жељеном основном стању као последица квантних флукутација, због чега их је потребно искључити из разматрања у оквиру провере скалирања броја дефеката предвиђеног КЗ механизмом.



слика 17. Илустрација отклањања парних (лево) и непарних дефеката (десно)

Прелаз у Z_2 уређену фазу припада Изинговој класи уневарзалности, што се назире и из сличности њихових Хамилтонијана датим у изразима (7) и (32). Вредности критичних експонената разматраног система су $Z=1$ и $\nu = 1$ [24]. Заменом тих вредности у израз (21) добија се тражено скалирање броја дефеката са брзином прелаза s :

$$n \sim s^{0,5} \quad (41)$$

Коришћењем РХР модела Хамилтонијана су симулирани фазни прелази различитих брзина у систему од 17 атома, линеарном променом вредности раздешености од Δ_i до Δ_f .

4.1. Базис и Хамилтонијан

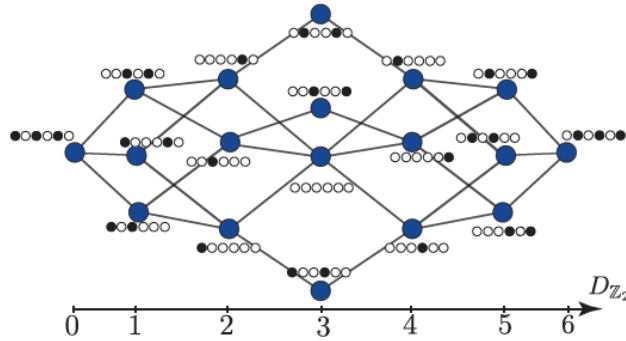
Базис РХР модела је сачињен од свих могућих конфигурација изузев оних које садрже суседне побуђене атоме. Због те рестрикције, димензија базиса не расте као 2^N већ је одређена $N+2$ -им чланом Фибоначијевог низа, и за разматрани систем износи $d = F_{19} = 4181$. За сваки елемент базиса $|b_i\rangle$ се одређује број ексцитација v_i и број дефеката p_i .

Хамилтонијан је у том базису дат матрицом $d \times d$ са матричним елементима H_{ij} :

$$H_{ij}^{\Delta=0} = \begin{cases} 1, & hr(|b_i\rangle, |b_j\rangle) = 1 \\ 0, & hr(|b_i\rangle, |b_j\rangle) \neq 1 \end{cases} \quad (42)$$

$$H_{ij}^{\Delta \neq 0} = \begin{cases} H_{ij}^{\Delta=0}, & i \neq j \\ H_{ij}^{\Delta=0} + \Delta \cdot v_i, & i = j \end{cases} \quad (43)$$

где је са $hr()$ означено Хемингово растојање, најмањи број трансформација потребан да се из једне конфигурације добије друга.



слика 18. Приказ дејства Хамилтонијана на елементе базица. Стања повезана линијом имају вредност Хеминговог растојања 1 [14]

Дијагонализацијом Хамилтонијана се добијају својствена стања $|\Psi_k\rangle$ и својствене енергије E_k . За свако својствено стање се може одредити средњи број дефеката као:

$$\langle n \rangle_{\Psi_k} = \sum_i^d |\langle b_i | \Psi_k \rangle|^2 \cdot n_i \quad (44)$$

4.2. Симулирање фазног прелаза

Фазни прелаз је нумерички симулиран линеарним растом раздешености унапред задатом брзином $s=d\Delta(t)/dt$, од вредности $\Delta = \Delta_i < \Delta_c$ до $\Delta = \Delta_f > \Delta_c$, где је $\Delta_c = 1,31$ [25] критична вредност РХР модела. За зависност $\Delta(t)$ односно протокол по ком се мења раздешеност у току фазног прелаза се често користи термин рампа. Пример рампе можемо видети на слици 14. Извршене су нумеричке симулације деловања линеарних рампи различитих дужина и нагиба, односно различитих вредности s , Δ_i и Δ_f . Циљ је превести систем из неуређене фазе $|\dots \circ \circ \circ \dots\rangle$ односно тзв. поларизованог стања, у уређену фазу $|\dots \bullet \circ \bullet \circ \bullet \dots\rangle$ односно Z_2 стање. Чистом поларизованом стању одговара вредност раздешености $-\infty$ а чистом $Z_2 +\infty$. При другим вредностима, систем је у суперпозицији стања са мањим или већим учешћем поларизованог односно Z_2 стања. Потребно је почети од довољно негативне вредности Δ_i да се осигура почетно стање што ближе поларизованом и завршити у довољно великом Δ_f да се осигура крајње стање што ближе Z_2 стању. Због временске ограничености експерименталног протокола, бирање великог опсега раздешености би подразумевало

велику брзину превођења система преко фазног прелаза, и самим тим већи број дефеката, тако да је у експериментима потребно пронаћи компромис између та два захтева.

Временска еволуција стања система у току рампе је нумерички симулирана Криловљевом методом. За довољно мале временске кораке Δt , дејство еволуционог оператора $e^{-iH\Delta t}$ на стање $|\Psi_{t=t}\rangle$ може се са задовољавајућом тачношћу апроксимирати дејством коначног броја чланова његовог Тејлоровог развоја:

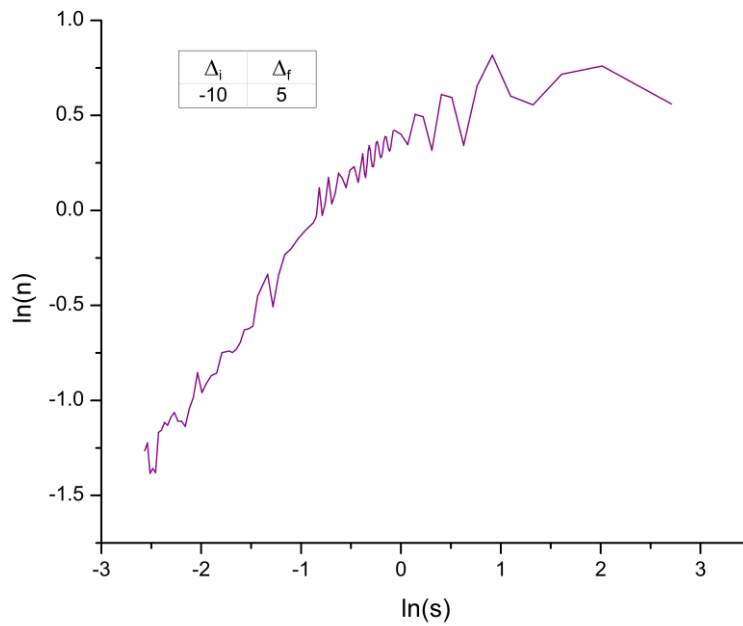
$$\begin{aligned} |\Psi_{t+\Delta t}\rangle &= e^{-iH\Delta t} |\Psi_t\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-iH\Delta t)^n}{n!} |\Psi_t\rangle \\ &= \mathbb{I}|\Psi_t\rangle - i\Delta t H|\Psi_t\rangle - \frac{(\Delta t H)^2}{2} |\Psi_t\rangle + \frac{i(\Delta t H)^3}{6} |\Psi_t\rangle + \dots \end{aligned}$$

На стање $|\Psi_t\rangle$ се редом примењују чланови Тејлоровог развоја еволуционог оператора и тиме конструише $|\Psi_{t+\Delta t}\rangle$ док се не постигне одабрани критеријум конвергенције. За критеријум конвергенције је изабрано падање апсолутне вредности одступања квадрата норме $|\Psi_{t+\Delta t}\rangle$ од јединице испод 10^{-6} :

$$|1 - \langle \Psi_{t+\Delta t} | \Psi_{t+\Delta t} \rangle| < 10^{-6}$$

Смањењем временског корака Δt се повећава тачност, али и време рачунања. Зато је потребно изабрати вредност која је довољно мала да се обезбеди задовољавајућа блискост егзактном решењу, али и довољно велика да се избегне непотребно велико време рачунања. За разматране прорачуне се као оптимална вредност показала $\Delta t=0,025$.

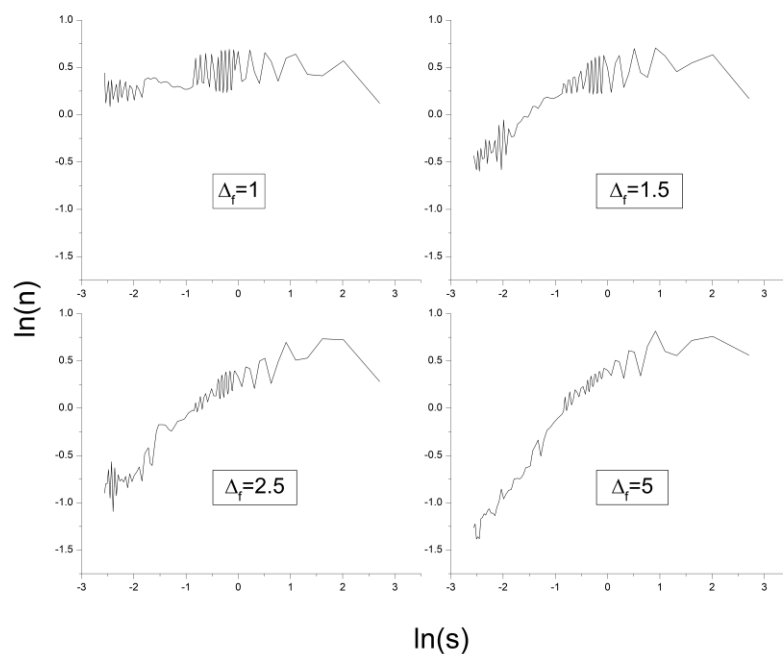
За финално стање система на крају рампе, коме одговара $\Delta = \Delta_f$ се одређује средњи број дефеката $\langle n \rangle_{\psi_f} = n$ аналогно изразу (44). Понављањем за различите вредности брзина, добијамо парове вредности (s, n) . Из добијених података се може одредити вредност критичног експонента као вредност нагиба линеарног фита кроз тачке $(\ln s, \ln n)$ сходно релацији добијеној у изразу (39).



слика 19. $\ln(s)$ - $\ln(n)$ дијаграм

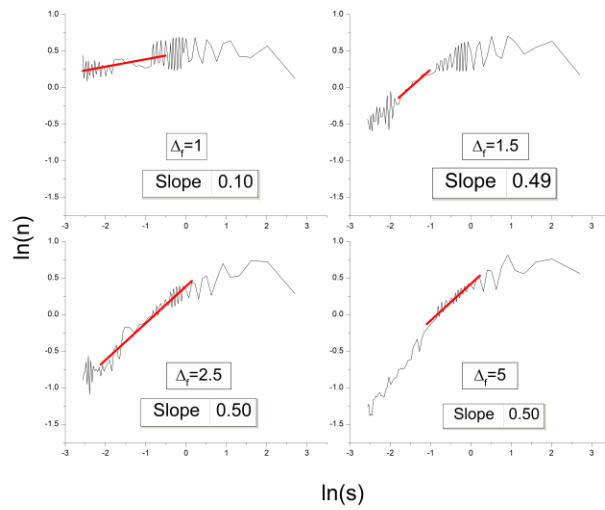
4.2.1 Испитивање оптималног опсега раздешености

На слици 19. је приказана зависност $\ln(n)$ од $\ln(s)$ добијена варирањем раздешености од $\Delta_i = -10$ до $\Delta_f = 5$ различитим брзинама. Понављањем симулација са истим низом брзина за различите вредности Δ_i и Δ_f се може проценити њихов утицај и одредити максимално Δ_i односно минимално Δ_f који дају задовољавајуће резултате.



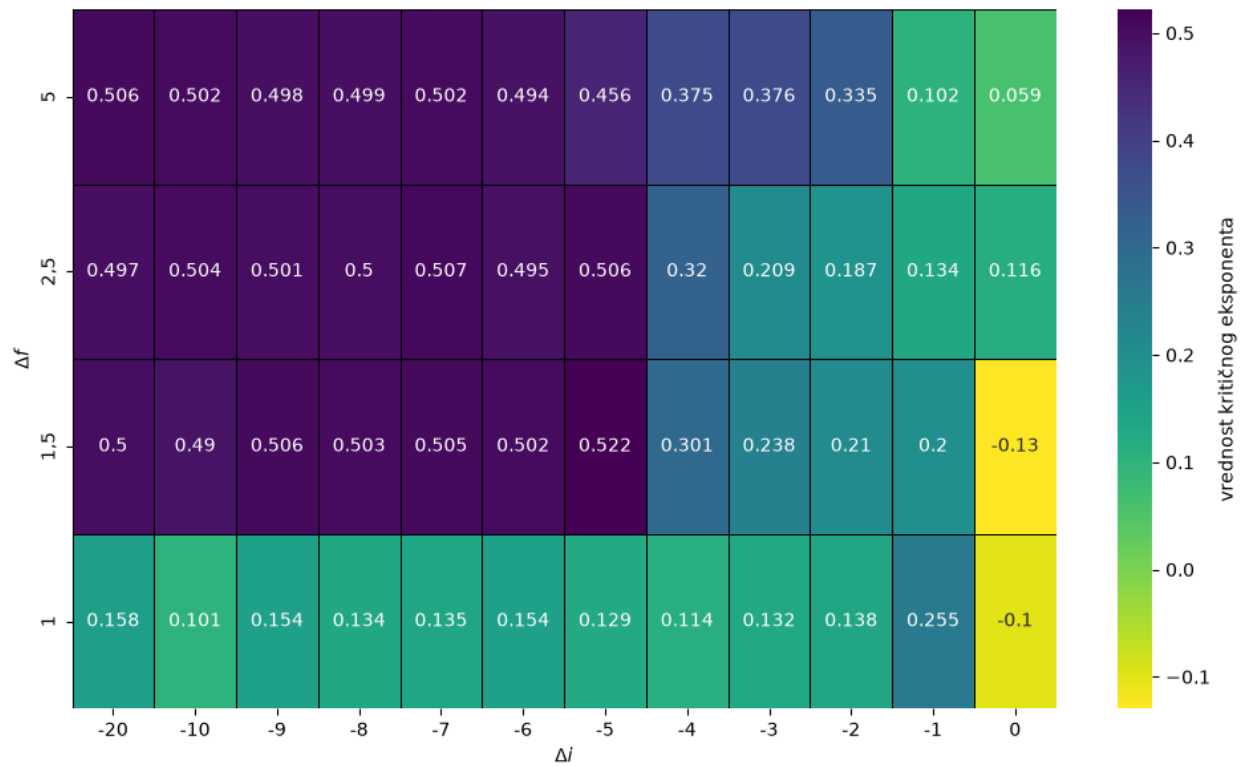
Слика 20. Утицај Δ_f на изглед $\ln(s)$ - $\ln(n)$ дијаграма. $\Delta_i = -10$

КЗ механизам предвиђа линеарну зависност $\ln(n)$ од $\ln(s)$ са нагибом $\mu = 0,5$. Може се видети да добијени $\ln(s)$ - $\ln(n)$ дијаграми показују доста богатију структуру од тога, са осцилацијама и регијама различитих нагиба. Зарад испитивања утицаја Δ_i и Δ_f , за сваки појединачни дијаграм је одабрана регија чији нагиб фита је најприближнији вредности 0,5 узимајући у обзир ваљаност фита разматрањем вредности стандардне грешке нагиба. Добијени резултати су приказани у табели 1, одговарајуће стандардне грешке у табели 2, а пример одабира регија за случајеве са слике 20. на слици 21.

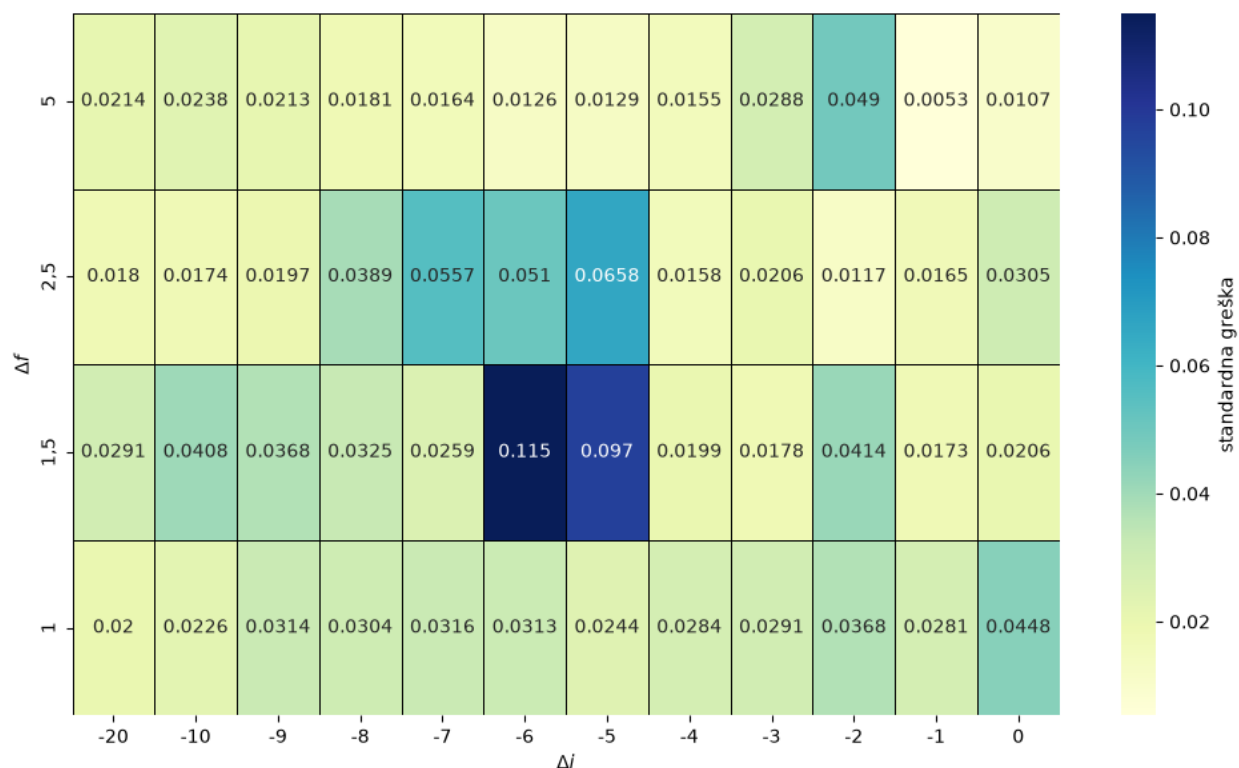


Слика 21. Утицај Δ_f на изглед $\ln(s)$ - $\ln(n)$ дијаграма и оптимални опсег брзина за фитовање. $\Delta_i = 10$

Табела 1. Вредности критичног експонента за различите почетне и крајње вредности раздешености.



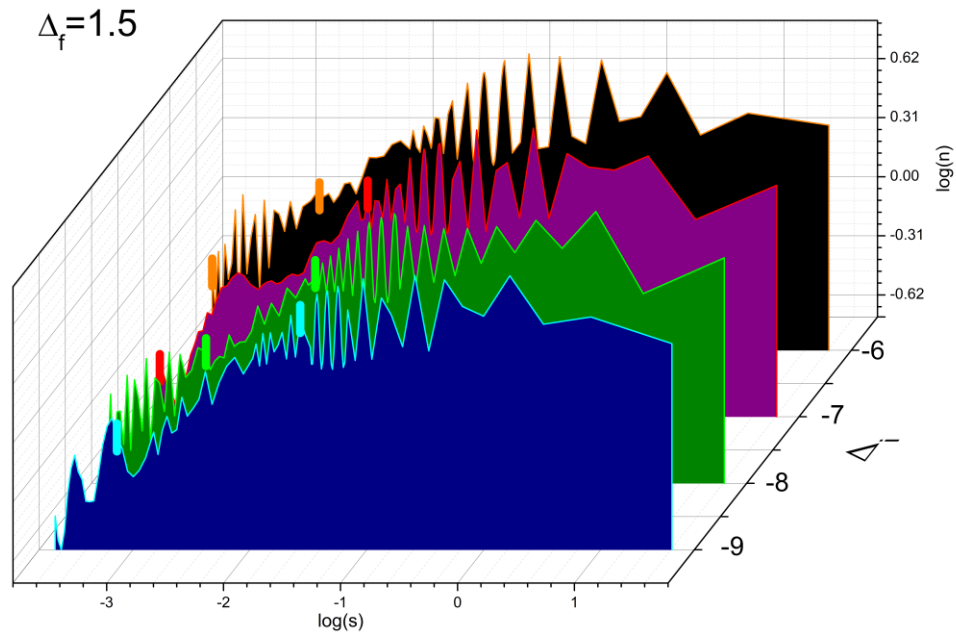
Табела 2. Стандардне грешке критичних експонената из табеле 1.



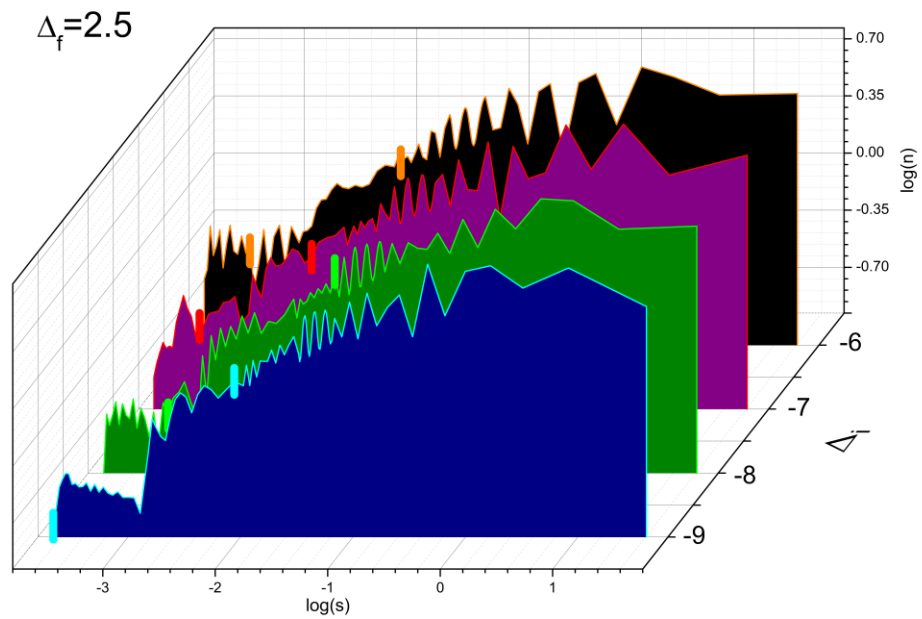
Разматрањем резултата представљених у табели 1 се може проценити утицај Δ_i и Δ_f . Као што је и очекивано, сувише велики Δ_i односно сувише мали Δ_f не дају задовољавајуће резултате. Велики Δ_i не могу да осигурају поларизовано почетно стање са довољном квантном верношћу, и запажа се да је максимална вредност која даје добре резултате око -6. Поклапање са КЗМ предвиђањем затим постепено опада са повећавањем Δ_i . Са друге стране, вредност критичног експонента показује наглу промену у зависности од Δ_f у регији између 1 и 1,5 што сугерише да је реч управо о критичној регији. Прецизнији опсег критичне регије фазног прелаза би се могао добити понављањем поступка за вредности Δ_f између 1 и 1,5.

4.2.2. Испитивање оптималних регија брзина

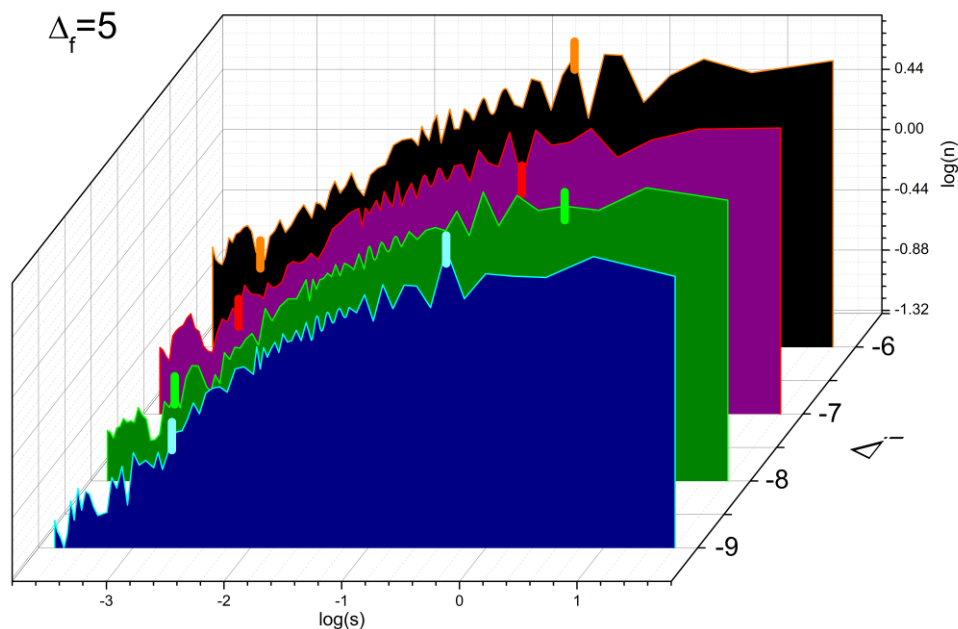
Регије брзина са нагибом блиским 0,5 варирају у односу на вредности почетне и крајње раздешености као што се може уочити на слици 20. Циљ је био испитати да ли постоји правилност у њиховом положају. На сликама 22-24 је представљен упоредни приказ $\log(s)$ - $\log(n)$ дијаграма истог Δ_i а различитих Δ_f . Подебљаним усправним линијама су обележене оптималне регије.



слика 22. Упоредни приказ $\ln(s) - \ln(n)$ дијаграма за различите вредности Δ_i , $\Delta_f = 1,5$



слика 23. Упоредни приказ $\ln(s) - \ln(n)$ дијаграма за различите вредности Δ_i , $\Delta_f = 2,5$

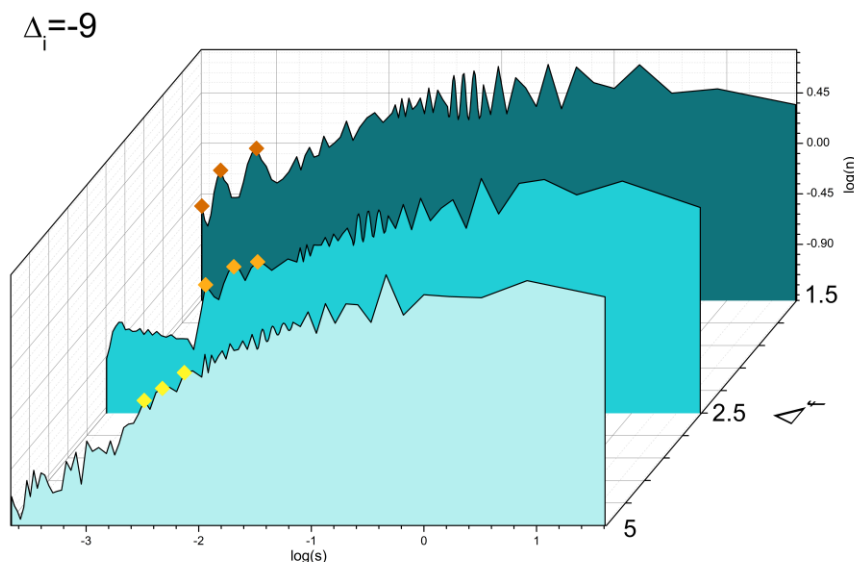


слика 24. упоредни приказ $\ln(s)$ - $\ln(n)$ дијаграма за различите вредности Δ_f . $\Delta_f=5$

Уочава се да се оптимална регија помера зависно од вредности Δ_f . За случај $\Delta_f=1,5$ (слика 22) регија обухвата само најмање брзине, и повећава се повећавањем Δ_f (слике 23 и 24). Потенцијални разлог може бити у удаљености од фазног прелаза. Када је Δ_f блиско критичној вредности, систем у тренутку у коме се завршава симулација и врши мерење над њим, није изашао из критичне регије. Повећавањем Δ_f се запажа шира област поклапања са апроксимацијом КЗМ-а, која и важи само довољно далеко од фазног прелаза. У општем случају, оптимална регија брзина се налази при средини. Велике брзине су проблематичне због тога што у малим системима нема довољно места за све дефекте које би могла да произведе рампа те брзине, док споре рампе генеришу јако малу густину дефеката коју је тешко детектовати.

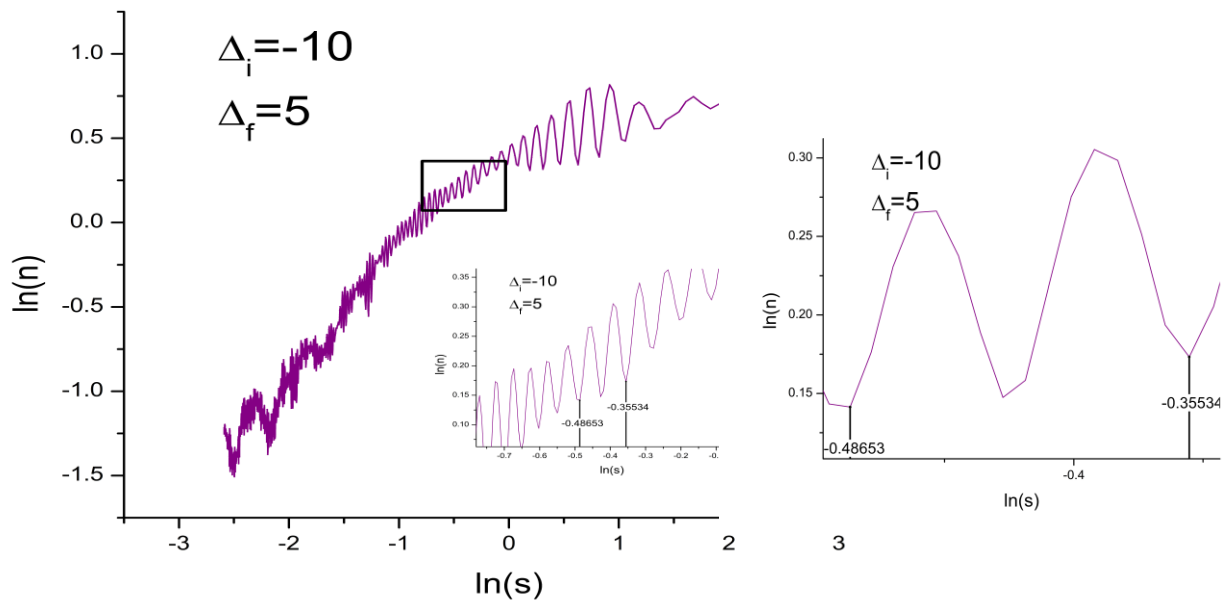
4.2.3. Испитивање осцилаторне структуре дијаграма

Посебно интересантна је и осцилаторна структура, са дистинктним регијама специфичних облика које се понављају на различитим дијаграмима. На слици 25. је дат упоредни приказ $\log(s)$ - $\log(n)$ дијаграма различитих Δ_f а исте $\Delta_i = -9$. Ромбовима је обележена регија чији облик се наизглед понавља у различитим дијаграмима. Запажа се њено померање ка мањим брзинама при смањењу Δ_f . Померај се може објаснити мањим опсегом раздешености, тако да иста вредност брзине одговара каснијем времену у еволуцији система након фазног прелаза. То би могло бити објашњење изостанка регије лево од жутих ромбова дијаграма $\Delta_f = 5$ на дијаграму $\Delta_f = 1,5$.



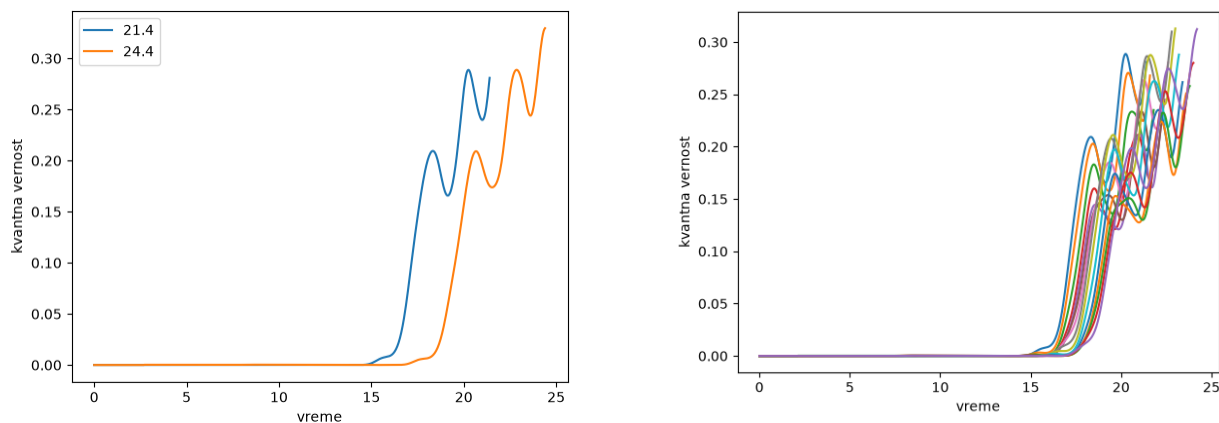
слика 25. упоредни приказ $\ln(s)$ - $\ln(n)$ дијаграма за различите вредности Δ_f . $\Delta_i = -9$

Да бисмо утврдили у којој мери је облик дијаграма последица еволуције система и тренутка мерења, испитаћемо тачке унутар два периода осцилације на $\ln(s)$ - $\ln(n)$ дијаграму приказаних на слици 26.

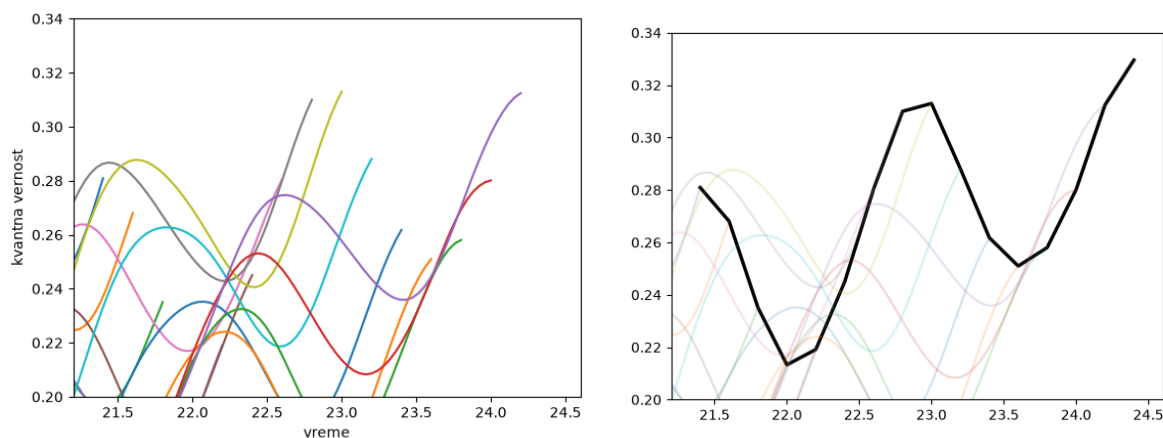


слика 26. $\ln(s)$ - $\ln(n)$ дијаграм добијен за вредности $\Delta_i = -10$, $\Delta_f = 5$ са увеличаним приказом осцилација

Свакој тачки одговара један пар (s, n) , односно брзина s и средњи број дефеката n у крајњем стању које је добијено као резултат такве рампе. Крајња лева тачка одговара превођењу система преко фазног прелаза варирањем Δ брзином 0.641026, односно линеарном рампом дужине 24,4. На основу учињених симулација, добијено је да том режиму одговара крајње стање са средњим бројем дефеката 1.19. Десна тачка одговора брзини 0,700935 односно линеарној рампи у трајању од 21,4. Можемо испитати еволуцију система у току ових режима праћењем квантне верности Z_2 стања (слика 27). Стање у коме се систем нађе на крају рампе (слика 28) је стање над којим је вршено мерење и чија средња вредност дефеката се налази на $\ln(s)$ - $\ln(n)$ дијаграму (слика 29).

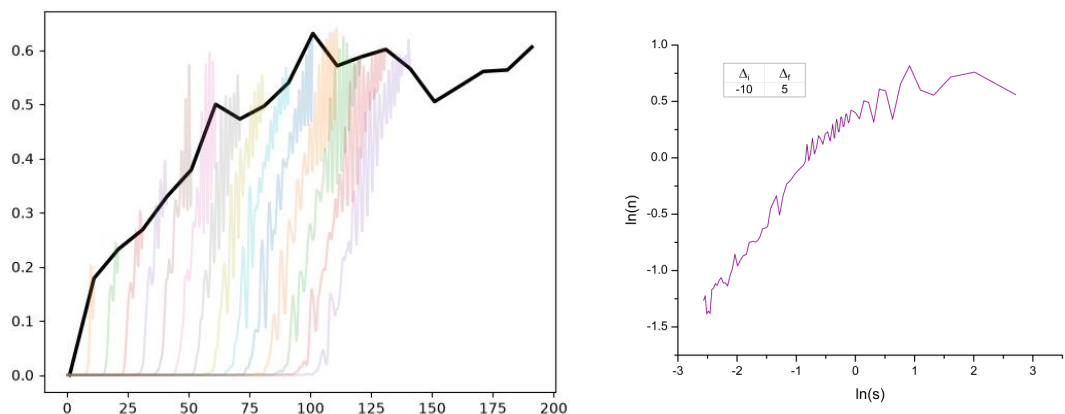


Слика 27. Еволуција система у току рампе дужине 21,4 односно 24,4 (лево) и еволуција система у току рампи дужина између 21,4 и 24,4 (десно). Свака крива одговара једној тачки са слике 26.



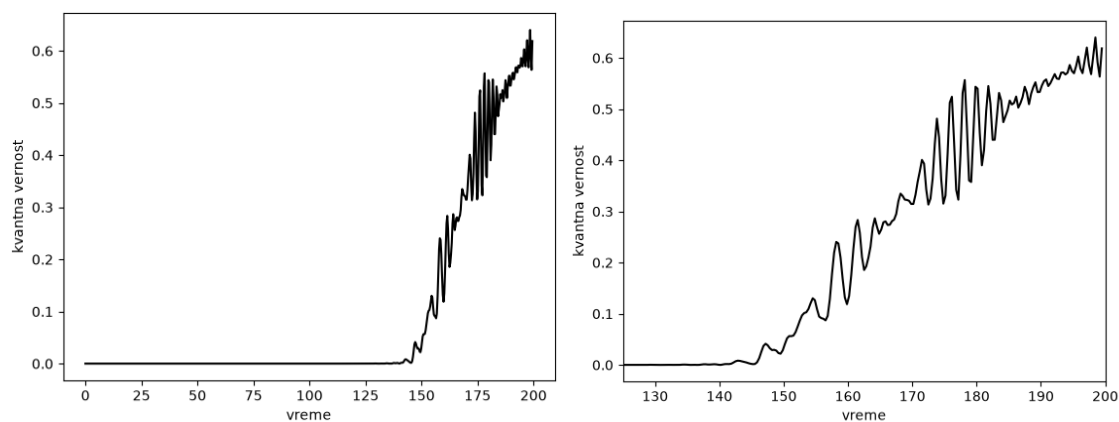
слика 28. Еволуције система пред крај рампе (лево) и обележене финалне вредности (десно)

Како је број дефеката обрнуто пропорционалан квантној верности стања Z_2 , тако је и дијаграм на слици 28 инвертован у односу на дијаграм са слике 26, али га у потпуности прати и описује два пуна периода осцилација. Закључујемо да је богата структура $\ln(s)-\ln(n)$ дијаграма управо пресликавање богате динамике фазног прелаза. Резултати са слике 27 су поновљени за читав опсег брзина који се налази на $\ln(s)-\ln(n)$ дијаграму на слици 26 узимајући сваку педесету брзину, и добијена је његова инвертована контура, што је приказано на слици 29.



слика 29. Праћење еволуције при 20 различитих брзина које чине опсег брзина дијаграма на слици 27 (лево) и дијаграм са слике 27 са мањим бројем тачака (десно)

Детаљнији приказ облика зависности $F_{pol}(t)$ за најспорију испитивану рампу је дат на слици 30.



слика 30. Еволуција система при најмањој вредности брзине која је испитана, трајање рампе = 200 (лево) и увеличана регија фазног прелаза (десно)

5. ЗАКЉУЧАК

Један од важних корака у експериментима са квантним симулацијама и квантним рачунарима је прецизна припрема жељеног почетног стања. У те сврхе се обично користи постепена, приближно адијабатска промена одређених контролних параметара, којом се систем из неког почетног стања, које је једноставно за експерименталну припрему, преводи у квантно стање које је од интереса за даља испитивања. Међутим, у одређеним случајевима током протокола припреме може доћи до преласка кроз квантни фазни прелаз. Услед критичног успоравања, пролазак кроз континуални фазни прелаз при коначној брзини доводи до генерисања дефеката, а зависност њихове густине од брзине рампе је предвиђена Кибл-Зурек механизмом.

Циљ овог мастер рада је било испитивање ефеката које брзина рампе и почетна и крајња вредност контролног параметра имају на поклапање резултата са КЗМ предикцијом. У нумеричким симулацијама је испитиван такозвани РХР модел, који представља ефективни опис низа Ридбергових атома у режиму јаким интеракција, односно Ридбергове блокаде између најближих суседа, што га чини релевантним за експерименте са квантним симулацијама на овој платформи. Овај наизглед једноставан модел испољава веома богату физику, укључујући и феномен квантних вишечестичних ожиљака, при коме одређене почетне конфигурације доводе до неергодичне динамике и неуобичајено споре термализације, што га чини потенцијално значајним за примену у будућим квантним технологијама.

Разматрана је величина система од 17 атома. У почетном тренутку, сви атоми су иницијализовани у основном стању, што одговара такозваној поларизованој конфигурацији и представља уобичајено почетно стање у експериментима на нивовима Ридбергових атома. Контролни параметар раздешености је затим линеарно вариран од велике негативне вредности Δ_i , при којој је основно стање система блиско поларизованом стању, до крајње вредности Δ_f која се налази са друге стране критичне тачке $\Delta_c=1,31$. Симулације су понављане при различитим нагибима линеарне рампе и разматрана је зависност густине дефеката n у припремљеном стању од брзине рампе s на преласку кроз критичну тачку. Линеарним фитовањем добијеног $\ln(s)-\ln(n)$ дијаграма одређен је КЗ критични експонент и упоређен са теоријски очекиваном вредношћу $\mu=0,5$ за овај тип фазног прелаз.

Испитиван је и утицај почетне и крајње вредности контролног параметра раздешености, и утврђено је да се најбоља поклапања добијају за почетне вредности $\Delta_i < -6$ и крајње вредности $\Delta_f > 1,5$, као и да њихово даље смањење односно повећавање не доводи до значајног побољшања резултата. То је користан податак, имајући у виду потребу за што мањим опсегом контролног параметра у реалном експерименту. Нагла промена у слагању са КЗМ предвиђањима запажена између вредности $\Delta_f = 1$ и $\Delta_f = 1,5$ указује на то да је реч о

критичној регији унутар које се налази и критична тачка, што је у складу са теоријским предвиђањем критичне вредности $\Delta_c = 1,31$ за РХР модел.

Разматрана је и дискутована богата структура $\ln(s)-\ln(n)$ дијаграма, са регијама различитих нагиба и осцилаторном структуром. Закључено је да је облик дијаграма последица сложене динамике фазног прелаза, на основу повезивања еволуције система у току рампе са $\ln(s)-\ln(n)$ дијаграмом. Познато је да се, у општем случају, оптимална регија брзина у којој се уочава скалирање са експонентом $\mu=0,5$, предвиђеним КЗ механизмом, налази у режиму средњих брзина, услед потешкоћа са симулирањем ефеката веома брзих и веома спорих рампи у системима коначне величине. Додатно, запажено је померање оптималне регије брзина у односу на вредност Δ_f , што се потенцијално може објаснити потребом да систем изађе из критичне регије и поново успостави приближно адијабатску еволуцију да би КЗМ био применљив. Уочена је појава карактеристичних регија које су резултат пресликавања различитих карактеристичних фаза еволуције, као и изостанак одређених регија у зависности од вредности Δ_f .

Смер даљих испитивања би првенствено подразумевао повећање величине система како би се смањили ефекти малог система и коришћење пуног Хамилтонијана који описује низ Ридбергових атома, укључујући дугодометне интеракције и ненулту вероватноћу суседних ексцитација. Параметри који се такође могу испитати су утицај периодичних граничних услова, и различити типови рампи базирани на облицима као што су кубна, сигмоидална и тангенцијална функција. Дубље разумевање проблематике испитивањем облика $\ln(s)-\ln(n)$ дијаграма, односно динамике квантне верности $F_{\text{pol}}(t)$, би подразумевало идентификацију дистинктних регија и потрагу за њиховим узроком. Даља истраживања би могла да донесу нове увиде у динамику критичних феномена испитиваног система и тиме пружи смернице и идеје у конструисању оптималних рампи за експерименталне протоколе припреме почетних стања.

Литература

- [1] - Bernien, H., Schwartz, S., Keesling, A. *et al.* „Probing many-body dynamics on a 51-atom quantum simulator”. *Nature* 551, (2017). 579–584
- [2] - Goldenfeld, N. „Lectures On Phase Transitions And The Renormalization Group“. *CRC Press* (1992).
- [3] - Nishimori, H., Ortiz, G. „Elements of Phase Transitions and Critical Phenomena”. *Oxford University Press* (2011).
- [4] – Kibble, T. „Topology of cosmic domains and strings“. *J. Phys. A: Math. Gen.* 9(8), (1976). 1387-1398
- [5] – Zurek, W. „Cosmological experiments in superfluid helium?“ *Nature* 317, (1985). 505-508
- [6] - del Campo, A., Zurek, W. „Universality of phase transition dynamics: Topological Defects from Symmetry Breaking“. *Int. J. Mod. Phys. A*, 29(8), (2014). 1430018
- [7] - Dziarmaga, J. „Dynamics of a quantum phase transition and relaxation to a steady state”. *Adv. Phy.* 59(6), (2010). 1063–1189
- [8] - Zurek, W., Dorner, U., Zoller, P. „Dynamics of a Qunatum Phase Transition“. *Phys.Rev.Lett* 95, (2005). 105701
- [9] - Browaeys, A., Lahaye, T. „Many-body physics with individually controlled Rydberg atoms”. *Nat. Phys.* 16, (2020). 132–142
- [10] - Monroe, C., Campbell, W., Duan L., Gong Z., Gorshkov A., Hess P., Islam R., Kim K., Pagano G., Richerme P., Senko C., Yao N. „Programmable quantum simulations of spin systems with trapped ions“. *Rev. Mod. Phys.* 93, (2021). 025001
- [11] - Cornish, S., Tarbutt, M., Hazzard, K. „Quantum computation and quantum simulation with ultracold molecules”. *Nat. Phys.* 20, (2024). 730–740
- [12] - Low, R., Weimer, H., Nipper, J., Balewski, J., Butscher B., Buchler, H., Pfau, T. „An experimental and theoretical guide to strongly interacting Rydberg gases“. *Phys. B* 45, (2012). 113001
- [13] - Nielsen, M., Chuang, I. „Quantum Computation and Quantum Information“. *Cambridge University Press* (2000).
- [14] - Gerry, C.C, Knight, P. „Introductory quantum optics“. *Cambridge University Press* (2005)
- [15] - Saffman M., Walker T. G., Molmer K. „Quantum information with Rydberg atoms“. *Rev. Mod. Phys.* 82, (2010). 2313

- [16] - Turner C., Michailidis A., Abanin, D., Serbyn, M., Papić, Z. „Quantum scarred eigenstates in a Rydberg atom chain: entanglement, thermalization and stability to perturbations“. *Phys. Rev. B* 98, (2018). 155134
- [17] - Jaksch, D. *et al.* „Fast quantum gates for neutral atoms“. *Phys. Rev. Lett.* 85, (2000). 2208-2211
- [18] - Pohl, T., Demler, E., Lukin, M. D. „Dynamical crystallization in the dipole blockade of ultracold atoms“. *Phys. Rev. Lett.* 104, (2010). 043002
- [19] - Schauß P., Cheneau M., Endres M., Fukuhara T., Hild S., Omran A., Pohl T., Gross C., Kuhr S., Bloch I. „Observation of spatially ordered structures in a two-dimensional Rydberg gas“. *Nature* 491, (2012). 87-91
- [20] – Turner, C., Michailidis, A., Abanin, D., Serbyn, M., Papić, Z. „Quantum many-body scars“. *Nat. Phys.* (2018).
- [21] – Sutherland, B., „Beautiful Models: 70 Years of Exactly Solved Quantum Many-Body Problems“. *World Scientific* (2004)
- [22] – Abanin, D., Altman, E., Bloch, I., Serbyn, M. „Colloquium: many-body localization, thermalization, and entanglement“. *Rev. Mod. Phys.* 91, (2019). 021001
- [23] Heller, E. „Bound-state eigenfunctions of classically chaotic hamiltonian systems: Scars of periodic orbits," *Phys. Rev. Lett.* 53, (1984). 1515-1518
- [24] Sachdev, S. „Quantum Phase Transitions“. *Cambridge University Press* (1998).
- [25] – Fendley, P., Sengupta, K., Sachdev, S. „Competing density-wave orders in a one-dimensional hard-boson model“ *Phys. Rev. B* 69, (2004). 075106

Слике преузете са интернета

- [сл1] - https://chem.libretexts.org/Bookshelves/Analytical_Chemistry/Instrumental_Analysis_%28Libre_Texts%29/29%3A_Supercritical_Fluid_Chromatography/29.01%3A_Properties_of_Supercritical_Fluids
- [сл2] – https://en.wikipedia.org/wiki/Ising_model

Захвалница

Бескрајно сам захвална на прилици и поверењу које ми је пружила др Ана Худомал, била је огромна част откривати свет квантних појава кроз њено менторство. Хвала на стрпљењу, подршци, уложеном труду и свему што сам научила кроз нашу сарадњу.

Моју заинтересованост за квантни свет су пробудили невероватни предавачи и научници др Милан Миловановић и др Бранислав Миловановић, на чему ћу им заувек бити захвална.

Мојој породици и пријатељима, чија безусловна подршка и вера је основно зрно сваког мог успеха, хвала. Овај мастер рад желим да посветим мојим нећакама, Мили и Катарини, на које чекају невероватне ствари и непрегледне висине.

*„Нека буде борба непрестана, нека буде што бити не може”
Петар II Петровић Његош*